

Finale 2011 - Fascia 15-16

Soluzione del test 1 – Il quadrato di Rubik

A partire dalla configurazione iniziale assegnata, la casella n -esima assume il colore 1 se e solo se il pulsante viene premuto un numero di volte del tipo $1+nk$, essendo k un numero naturale. Quindi il numero cercato è il più piccolo intero positivo N tale che $N - 1$ sia divisibile per 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Ora, se $N - 1$ è divisibile per 9, allora è anche divisibile per 3. Se $N - 1$ è divisibile per 8, allora è anche divisibile per 2 e per 4. Ma se $N - 1$, oltre ad essere divisibile per 2, è anche divisibile per 3, allora è divisibile per 6. Di conseguenza, il numero cercato è il più piccolo intero positivo N tale che $N - 1$ sia divisibile per 5, 7, 8 e 9. Ora, il più piccolo intero positivo che sia divisibile per 5, 7, 8 e 9 è il loro minimo comune multiplo positivo, che, essendo 5, 7, 8 e 9 a due a due relativamente primi, è uguale al loro prodotto, ossia a 2520. Pertanto il numero cercato è $N = 2521$.

Soluzione del test 2 – Coloranti naturali

La diminuzione di rischio relativo da 0,81 a 0,59 è pari a 0,22. La percentuale di diminuzione è dunque

$$\frac{0,22}{0,81} \cdot 100 \simeq 27$$

Soluzione del test 3- Cifre

Poiché le cifre a disposizione sono esattamente 10, ed i numeri sono 6, le combinazioni del tipo richiesto comprendono 2 numeri ad una sola cifra e 4 numeri a due cifre.

Il primo numero ad una sola cifra può essere scelto in 9 modi diversi, il secondo in 8 modi diversi. Poiché l'ordine è indifferente (ossia la scelta $a b$ equivale alla scelta $b a$), le possibili scelte per i due numeri ad una sola cifra sono dunque $9 \cdot 8 / 2 = 36$.

Restano a disposizione, per i rimanenti quattro numeri della combinazione, esattamente otto cifre, tra cui lo zero. In uno di questi quattro numeri compare dunque lo zero, che è necessariamente la seconda cifra. Per la prima cifra vi sono allora esattamente 7 scelte diverse: 7 sono dunque le possibili scelte per il numero contenente lo zero.

Nei restanti tre numeri della combinazione, ciascuna delle rimanenti sei cifre compare una ed una sola volta. Se i tre numeri vengono scritti di seguito, essi formano una sequenza di queste sei cifre. Le possibili sequenze sono $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ (ci sono infatti 6 scelte per la prima cifra, 5 per la seconda, 4 per la terza, e così via). Ora, i tre numeri possono essere ordinati in 6 modi diversi, dando origine ad altrettante sequenze, a due a due distinte. Quindi le 720 sequenze corrispondono, a gruppi di 6, alla stessa combinazione di tre numeri. Pertanto le possibili combinazioni dei tre numeri sono $720/6 = 120$.

In conclusione, le possibili combinazioni di sei numeri verificanti la proprietà richiesta sono $36 \cdot 7 \cdot 120 = 30240$.