

Premessa

Modelli geometrici

Durante le fasi di crescita umana c'è un conflitto fra la tendenza a mantenere un equilibrio difensivo verso l'esterno e quella di cercare dentro e fuori di sé. Il contrasto nasce dalla percezione di se stessi in rapporto all'ambiente.

Il giovane allievo pur avendo, in genere, un concetto positivo delle sue capacità nello sperimentare e scoprire, evita nello stesso tempo di cercare nuove esperienze, se non viene gradualmente inserito in contesti di confronto. Quando il bambino si trasforma in adolescente aumenta il disagio ed il disinteresse non riuscendo ad accettare il mondo così come è descritto dagli altri, pensando di aver tempo di rinviare per raggiungerlo attraverso la sua esperienza personale, impoverendo le potenzialità creative necessarie per un buon metodo di ricerca e studio..

In ognuno vi è un sistema di idee che può funzionare come indicatore degli obiettivi che orienta di volta in volta verso l'una o l'altra scelta. Partendo dall'analisi di convinzioni soggettive e dal confronto con quelle altrui si può giungere ad individuare in modo chiaro la sequenza degli obiettivi. Si tratta spesso di motivazioni inconscie o più probabilmente così ovvie che non si avvertono od almeno non tutti allo stesso modo.

La geometria storicamente nasce come primo sistema di interpretazione strettamente razionale del mondo fisico, soprattutto per quanto proviene dall'esperienza visiva e da quella collegata ai movimenti. Essa presenta il vantaggio pedagogico di mettere continuamente a confronto i suggerimenti dell'intuizione visiva con le regole della logica, determinando motivi di interazione con altri campi e di socialità quando ne offre supporto espressivo.

Finalità dei test

Guidare a progettare modelli risolutivi per comprendere la problematica anche solo come tentativo di ipotizzare condizioni propedeutici alla deduzione senza un'applicazione meccanica di una procedura e tecnica già acquisita.

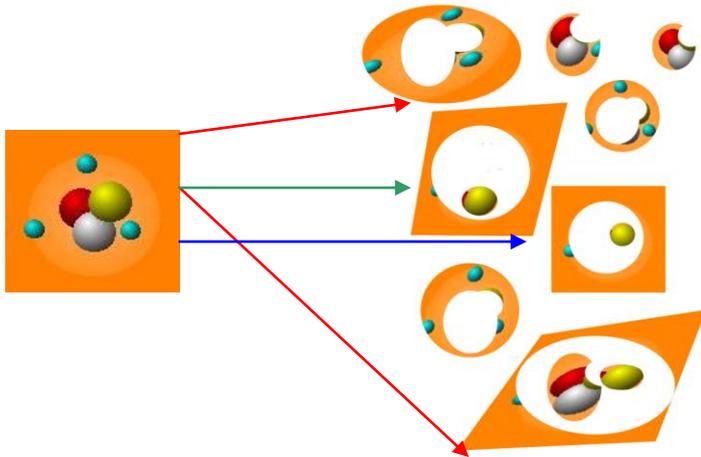
Pagine consigliate da leggere

<http://www.filosofico.net/spencer.htm>

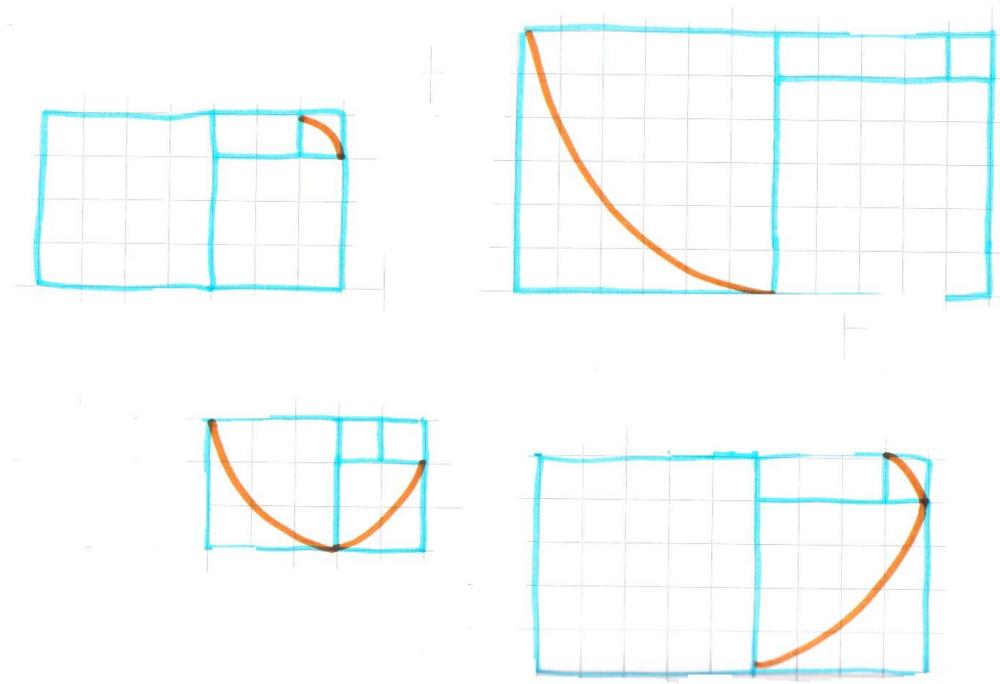
<http://it.wikipedia.org/wiki/Scienza>

<http://www.bloghissimo.com/krazydad-realizzare-un-caleidoscopio-virtuale-gratis/>

TEST 1 - COMPLETARE I COLLEGAMENTI CON LE FRECCHE COLORATE PER OTTENERE ALTRE DUE FORME SIMILI



TEST 2 - DISEGNARE ARCHI NELLE FIGURE SIMILI PER OTTENERE SPIRALI SIMILI.



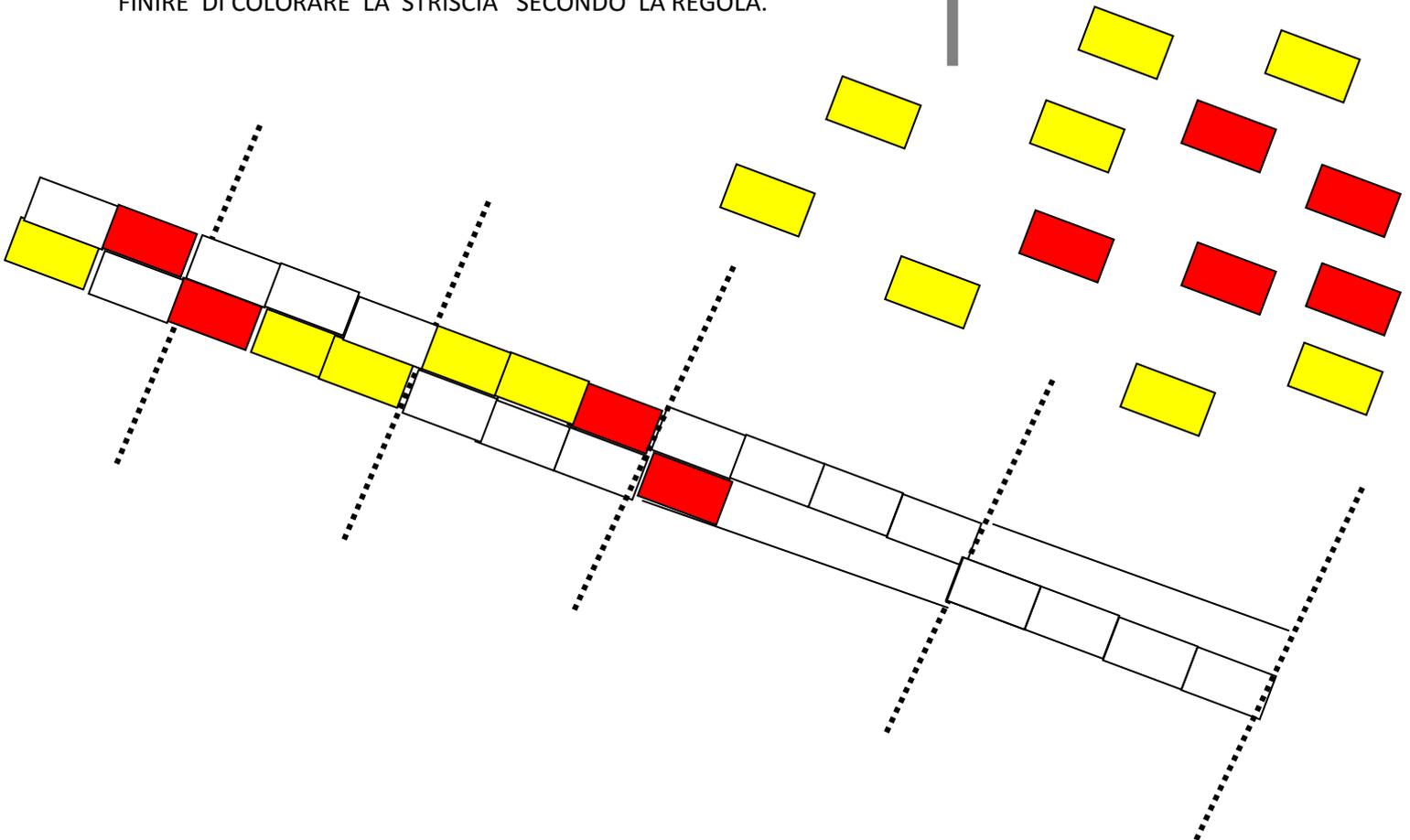
TEST 3 – GIRASOLI

ASSOCIARE ALLE PARTI DEL PANNELLO SOLARE FIGURE BASSE, MEDIO BASSE, ALTE, GRANDI, MEDIE, PICCOLE.



TEST 4 – REGOLA

FINIRE DI COLORARE LA STRISCIA SECONDO LA REGOLA.



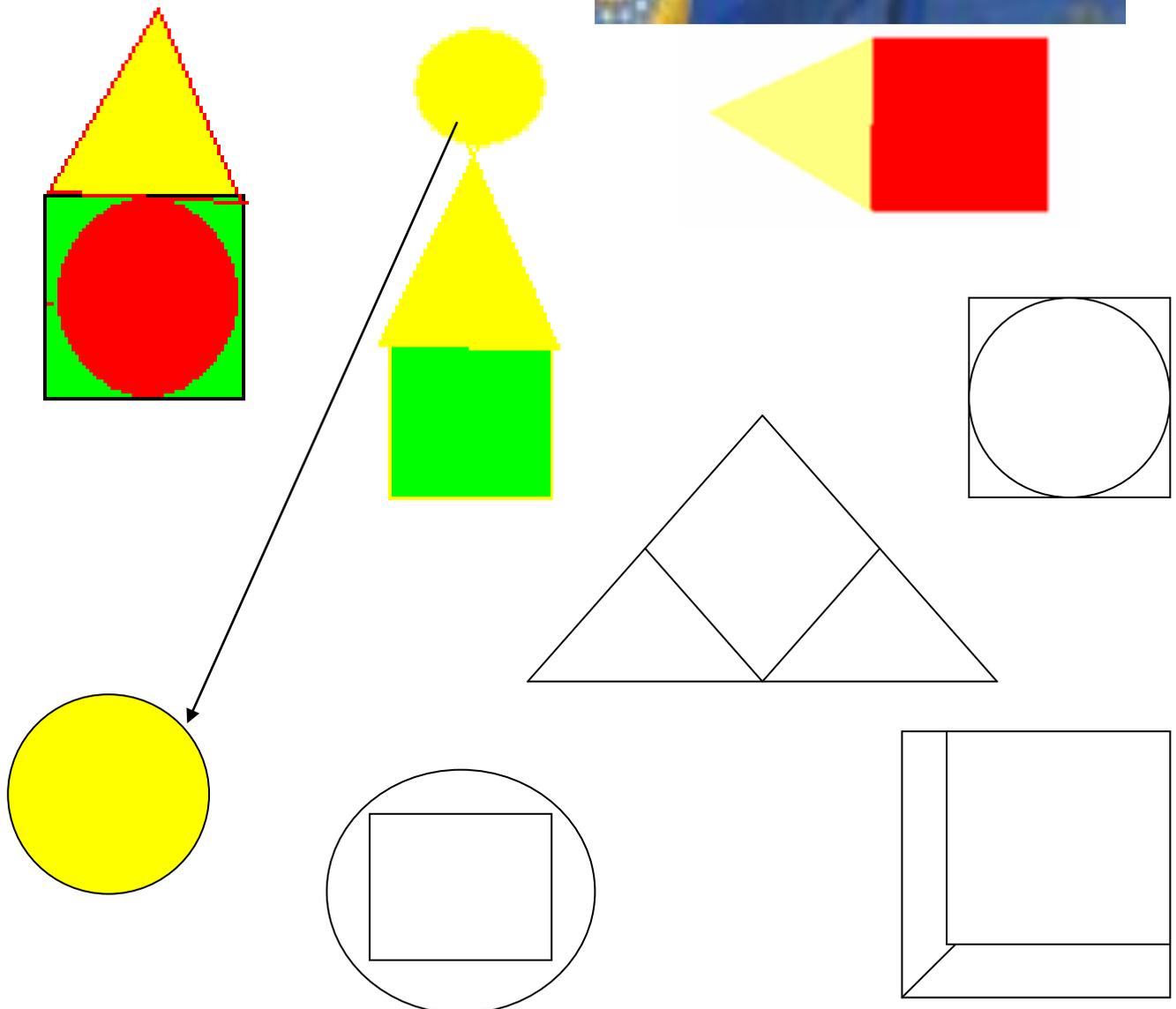
TEST 5 – LINEE CURVE E NON

NELL'IMMAGINE A DESTRA QUALI FIGURE SONO DISEGNATE CON LINEE CURVE E QUALI CON LINEE DRETTE?



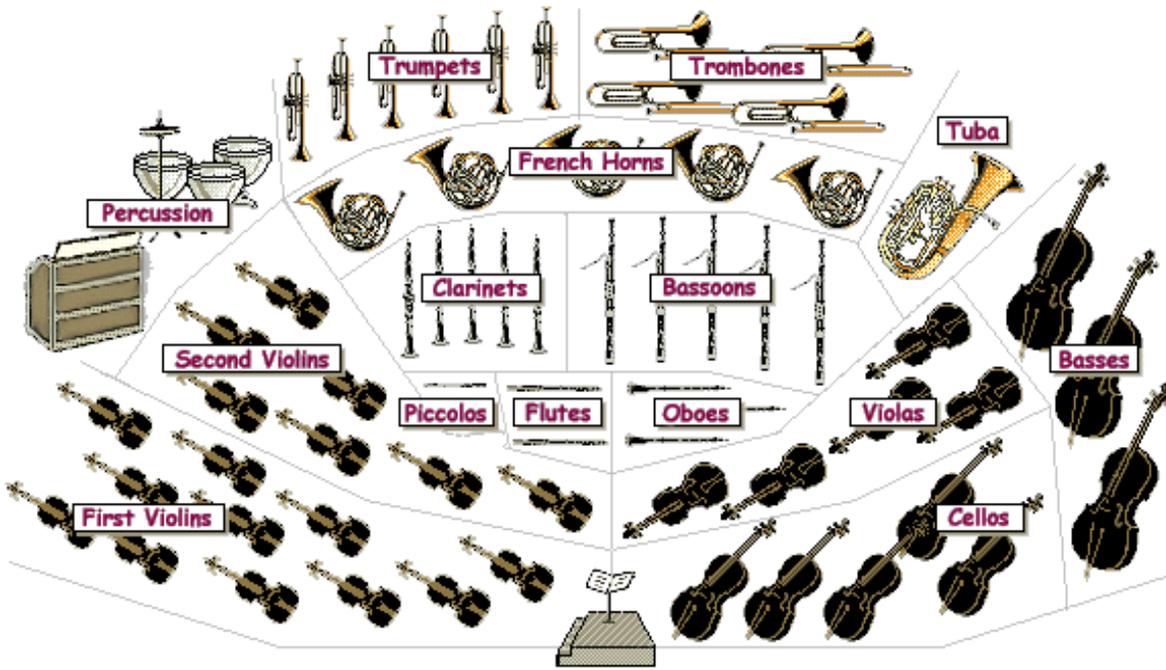
TEST 6 – FIGURE SIMILI

COLORARE, COME NELL'ESEMPIO, FORME SIMILI CON LO STESSO COLORE



TEST 7 – FORMA ORCHESTRALE

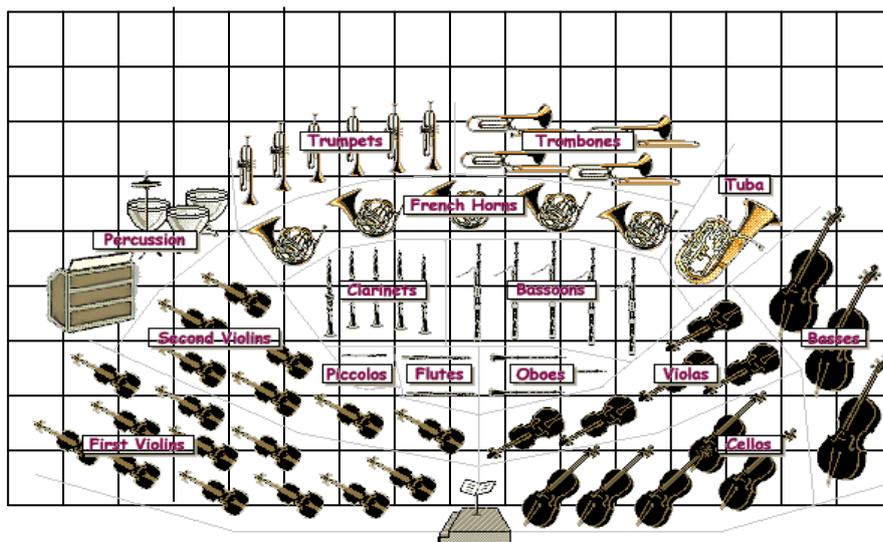
È necessario che il maestro di orchestra senta contemporaneamente i suoni provenienti dai diversi strumenti. Di quale forma devono essere i gradini su cui è disposta l'orchestra?



TEST 8– EQUA DISTRIBUZIONE

Il maestro di un'orchestra si pone al centro di essa perché in questo modo può percepire tutti i suoni nel medesimo istante.

Guardando la piantina dell'orchestra su una griglia a quadretti, si possono cogliere i rapporti che esistono fra le dimensioni delle sezioni di tale ideale distribuzione parabolica degli strumenti rispetto alla posizione del maestro. Qual è, secondo il disegno, il rapporto fra le dimensioni del rettangolo in cui si trovano gli strumenti a percussione?



TEST 9 – TORRE DI ITTEN



FIG.D

La formazione matematica ha giocato un ruolo importante non solo per gli scienziati, ma anche per artisti. Lo stile artistico Bauhaus si riconosce per la minore o maggiore razionalità e fantasia nel comporre figure geometriche. Dell'opera la "torre di fuoco" (fig.D) di Itten, maestro alla scuola Bauhaus negli anni '20, esiste solo la foto che lascia aperte varie ipotesi sulla sua struttura geometrica. Supponiamo che essa sia stata costruita intorno a 10 cubi sovrapposti, e ruotati, ognuno rispetto a quello sottostante, di un angolo costante. Supponiamo, inoltre, che la base inferiore di ogni cubo sia inscritta nella base superiore del cubo sottostante. Se i cubi ruotati percorrono complessivamente un angolo giro, quale è l'ampiezza dell'angolo di rotazione di ogni singolo cubo? Disegnare la pianta dei primi tre cubi visti dall'alto.

primi tre cubi visti dall'alto.

Test 10 – Metodo Bauhaus

La formazione matematica è importante non solo per gli scienziati, ma anche per gli artisti. Ad esempio, nello stile artistico Bauhaus gli elementi geometrici che caratterizzano le opere vengono usati secondo un procedimento iterativo di composizioni di trasformazioni: rotazioni, omotetie, traslazioni di immagini piane per poter creare quelle tridimensionali. Fra le opere delle foto 1, 2, 3, 4 ci sono quelle progettate con trasformazioni di quadrati sempre più piccoli e linee spiraliformi. Creare tali linee utilizzando la fig.3.

Foto 1



Foto 2

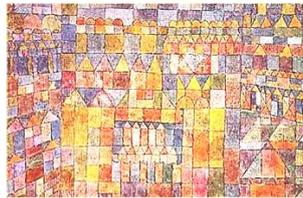
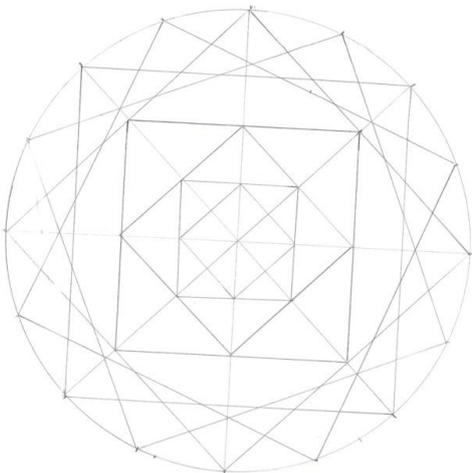


Fig.3



TEST 11 – STRUTTURE

NELLE FIGURE, IN MODO INGRANDITO, SONO RAPPRESENTATE LE STRUTTURE DEGLI ATOMI DI TRE TIPI DI MATERIA. UNA È L'IMMAGINE DELLA STRUTTURA DEGLI ATOMI DELL'ORO CHE SI ASSOCIANO SECONDO FIGURE TRIANGOLARI CHE RISULTANO RIGIDE. PER QUESTO CON L'ORO SI POSSONO FARE OGGETTI SOTTILISSIMI CHE NON SI ROMPONO. L'ALTRA FOTO RAPPRESENTA LA STRUTTURA DELLA GRAFITE I CUI ATOMI SCORRONO GLI UNI SUGLI ALTRI, PER QUESTO LA PUNTA DELLA MATITA LASCIA IL SEGNO. NELL'ALTRA È RAPPRESENTATA UNA STRUTTURA CHE PUÒ APRIRSI E CHIUDERSI COME I CARDINI DI UNA PORTA O FINESTRA, PER QUESTO LA GOMMA SI PIEGA SENZA ROMPERSI. ASSOCIARE LE FOTO DEGLI OGGETTI ALLE RISPETTIVE STRUTTURE ATOMICHE DELLE SOSTANZE DI CUI SONO FATTE.

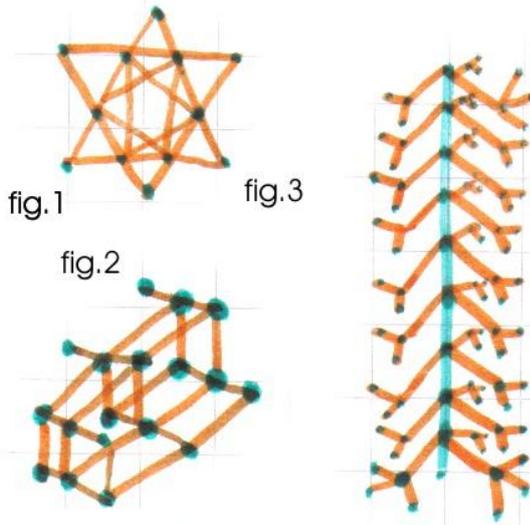


FOTO 1

FOTO 2

FOTO 3



TEST 12 – I FIORI BREVIDIURNI

PIEGANDO IL MODELLO COLORATO DI SPIDRON CHE È UNA FIGURA PIANA FORMATA DA UNA SERIE DI ESAGONI E DI PENTAGONI SI HA L'IMMAGINE A, CHE RASSOMIGLIA A QUELLA B DELLA PIANTA CHE FIORISCE MOLTO QUANDO LE GIORNATE SONO BREVI PER LE POCHE ORE DI LUCE.

COLORARE SUL MODELLO DELLO SPIDRON LE FIGURE UGUALI PER OTTENERE L'IMMAGINE A SIMILE A B.

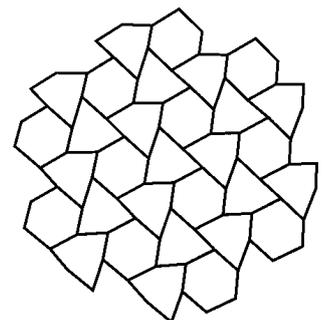
MODELLO DI SPIDRON



IMMAGINE A



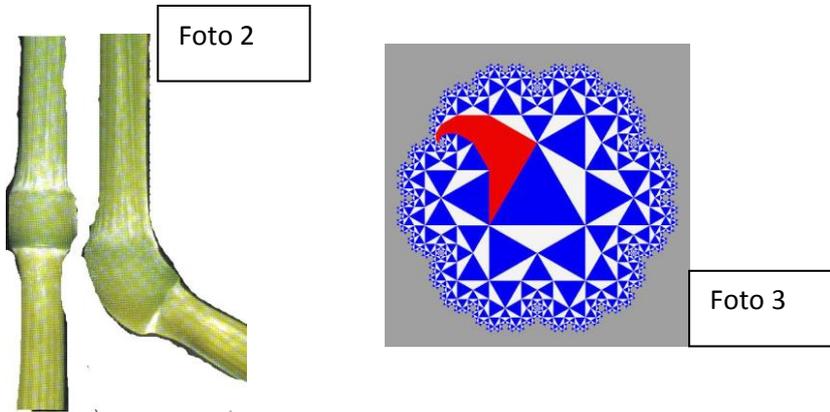
IMMAGINE B



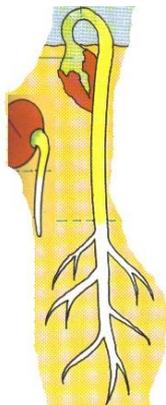
TEST 13 – CRESCITA DI SEMI

Finché un fusticino non si incurva, non vi sarà alcuna crescita vicino ai nodi (foto 2) e né esso potrà produrre foglie, infiorescenze e frutti.

La simmetria con cui si riproducono i frutti delle infiorescenze, ad esempio quelli del grano, può essere simile a quella dell'immagine frattale della foto 3. Considerando la parte colorata simile ad un germoglio, individua, colorando, altre immagini simmetriche ad essa.



TEST 14- CRESCITA FRATTALE



Il seme del grano, prima di raggiungere la luce come in fig.3, germina e cresce nel sottosuolo, ad uncino, per proteggere le foglioline. Uno spidron è una figura piana costruita con una sequenza alternata di triangoli equilateri ed isosceli, che può dare l'idea del processo di crescita al buio di fusticino e radice.

Quali sono le ampiezze degli angoli dei triangoli bianchi e celesti di fig.4?

FIG.3

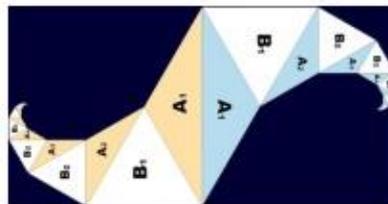


FIG.4

TEST 15 - I NUMERI DI FIBONACCI

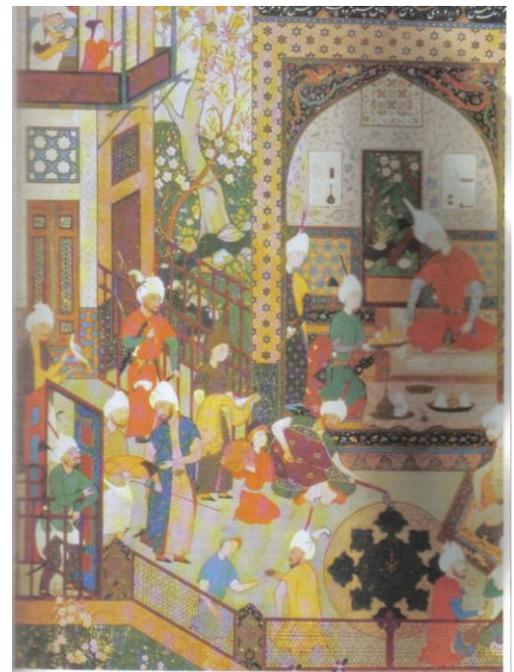
La scena della miniatura in fig.2 rappresenta i divertimenti ed i passatempi alla corte del sultano nel medioevo.

Ogni personaggio ha in mano 1 o 2 oggetti al massimo. Su alcuni oggetti ed arredi ci sono da 1 ad 8 decorazioni simili. Ogni vassoio contiene da 1 a 13 oggetti al massimo.

Questi numeri associati ai particolari del dipinto appartengono alla serie di Fibonacci.

Individua altri particolari, compresi i personaggi, distribuiti secondo numeri che appartengono alla stessa serie di Fibonacci.

FIG.2



TEST 16 – LA MATEMATICA FISIOLÓGICA

In tutte le specie vegetali la forma delle foglie serve per raccogliere meglio la luce solare, ma la passiflora è la specie che più di altre si è sbizzarrita ad inventare forme di foglie originali ed insolite per il numero di lobi (fig.A), come quelle bilobate. Il botanico per la ricerca estetica nelle foglie deve saper risalire alla costruzione dei profili delle foglie con tecniche geometriche per disegnare archi e linee che generano angoli precisi.

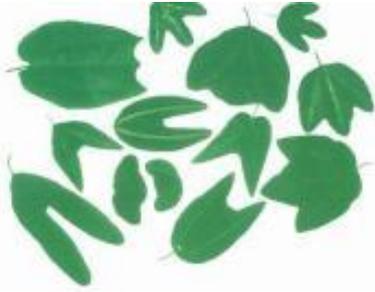


FIG.A



FIG.B

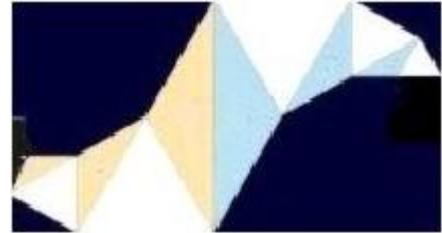
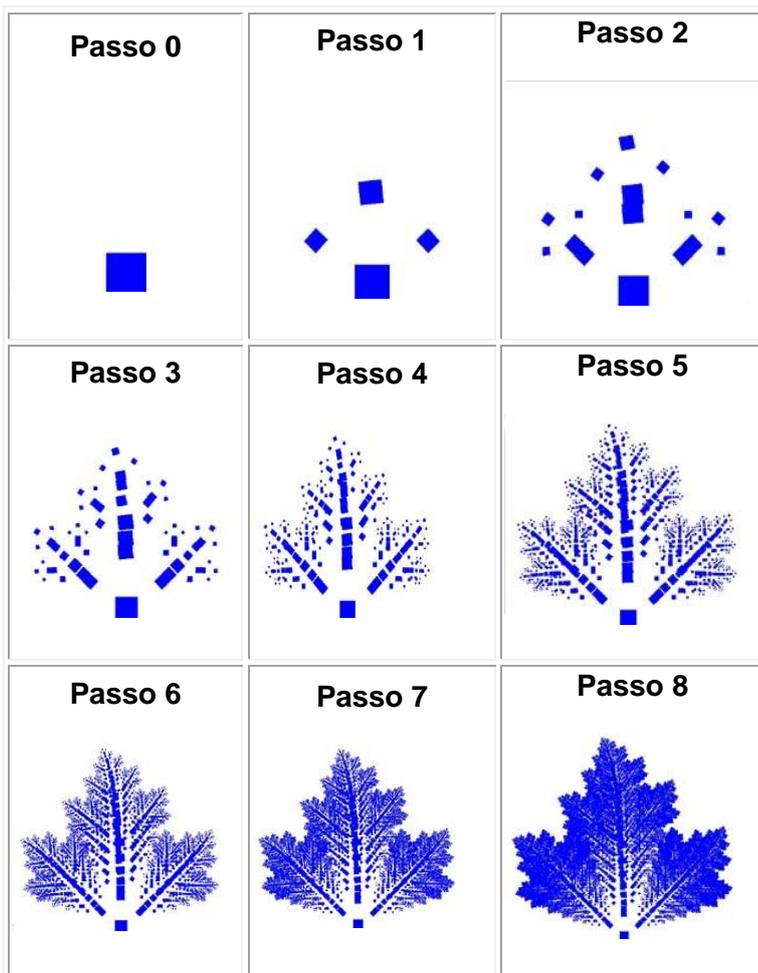


FIG. C

Lo spidron ideato dall'artista Dániel Erdély, è una figura piana, costruita con una sequenza di triangoli, che può generare una varietà di angoli, secondo la forma dei triangoli, fino a ricoprire il piano. Con il metodo dello spidron si potrebbe calcolare la superficie approssimata della foglia.

Quante e quali sono le parti convesse nella fig. C dello spidron?

TEST 17 – GERMOGLIO



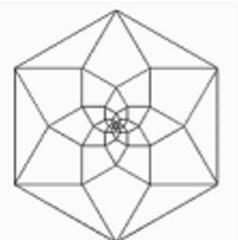
Goethe scrisse: "Mi si è rivelato che in quell'organo della pianta che si suol denominare foglia, è insito il vero Proteo che può nascondersi e manifestarsi in tutte le forme. In avanti e indietro la pianta è sempre soltanto foglia, così indissolubilmente unita al futuro seme, che non è lecito pensare l'uno senza l'altra."

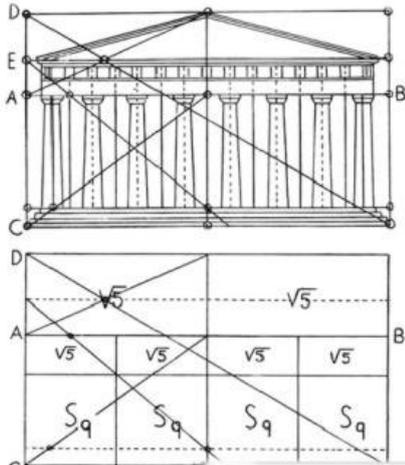
Lo spidron, ideato dall'artista Dániel Erdély, è un frattale che può trovare un' applicazione reale. Le forme delle foglie sono tante, ma tutte sono variazioni di un'appendice verde appiattita ed espansa. Nell'evoluzione della forma e delle dimensioni delle foglie hanno influito gli animali erbivori: le piante avrebbero, cioè, stabilito alcune strategie evolutive per diminuire i danni.

Per questo, quando una foglia germoglia, è come un bozzolo in cui le cellule si dividono velocemente e spingono in avanti quella che diventerà la punta della lamina. La forma della

foglia di platano, come quella al passo 8, si può considerare un esempio di frattale vegetale, facilmente ottenibile, sullo

schermo di un computer, tramite opportune trasformazioni affini. Per creare un germoglio di foglia, colorare, sul modello base di fig.2, il maggior numero possibili di spidron, secondo le sequenze della generazione di un frattale.





Test 18 – Festa dei numeri famosi

L'esistenza del Pi Day, ovvero il giorno 14 Marzo, in cui si celebra la festa di pi greco fa pensare quanto sia importante questo antico numero. Se si dovessero istituire altre feste di numeri altrettanto utili, ad esempio quello del rapporto fra la diagonale ed il lato di un quadrato, fra la doppia altezza ed il lato di un triangolo equilatero, quello che permette di scomporre un rettangolo con le dimensioni in rapporto 1:5 in altri con le dimensioni in rapporto aureo, in quali giorni dell'anno cadrebbero queste feste?

Test 19 - Numero di Fidia

Il rapporto aureo o numero di Fidia può essere ottenuto dalla frazione continua più semplice perché formata soltanto da 1, che è anche quella che comporta l'approssimazione più lenta. Per questo ϕ viene detto il numero "più irrazionale".

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.61803398874989484 \dots$$

Dimostrare che il decagono regolare inscritto in una circonferenza di raggio $r=1$ ha il lato di lunghezza uguale a $1/\phi=0,6180\dots$,

Test 20 - Torre virtuale

È stato progettato un prototipo virtuale della “torre di fuoco” di Itten, di cui esiste solo una foto. Le architetture Elena Marchetti e Luisa Rossi Costa del Politecnico di Milano così hanno descritto l'originale:



“I dodici cubi di cui è composta la torre devono considerarsi raggruppati in tre blocchi. I primi quattro dal basso, previsti di argilla o pietra, sono rispettivamente legati a minerali, piante, animali, uomini. I quattro cubi centrali dovrebbero essere di metallo con inserimento di campane. I quattro cubi superiori, in vetro, rappresentano i quattro elementi (terra, acqua, aria, fuoco) e sopra a tutto deve essere posta una luce gialla (*logos-sole*)... I due basamenti sono parallelepipedi a base quadrata: la legge che fornisce la lunghezza dei lati dei rispettivi quadrati di base è la stessa omotetia che lega gli spigoli dei cubi, mentre per quanto riguarda le altezze ci sono due diverse costanti di riduzione, una per ciascuno basamento. I 12 cubi sono stati ottenuti l'uno dall'altro mediante una roto-omotetia unita ad una traslazione, cioè attraverso una trasformazione affine”.

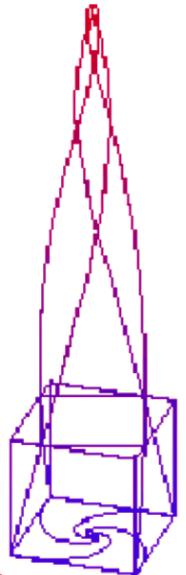
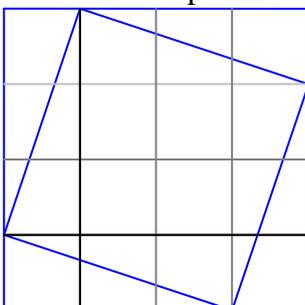


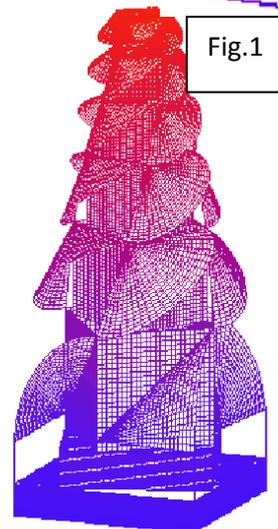
Fig.1

Le due professoressa hanno creato le immagini di fig. 1 e 2. Considerando il particolare della fig.1, determinare l'angolo di rotazione e la formula per calcolare la superficie della struttura costituita dai 12 cubi.

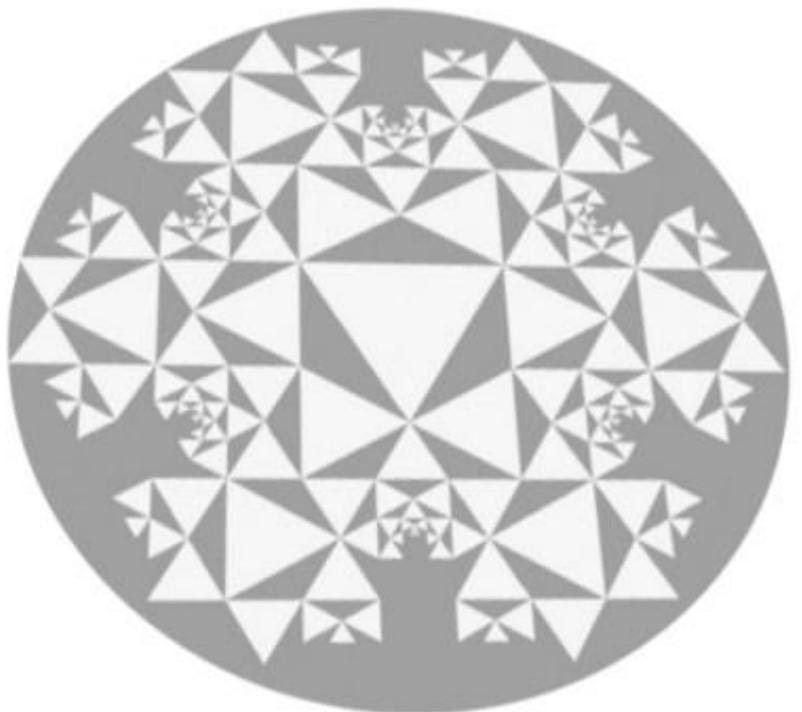
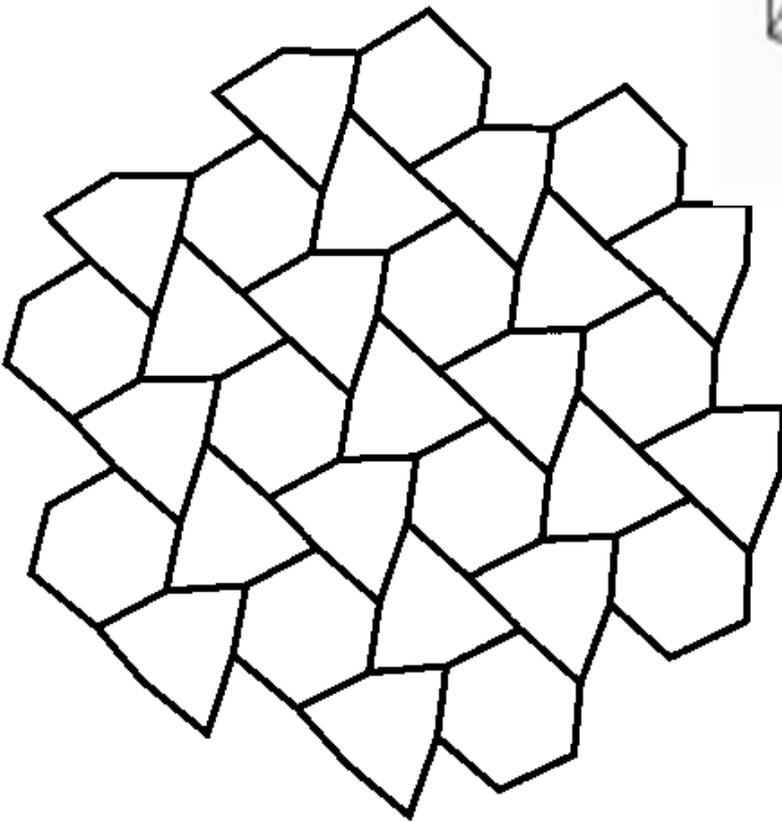
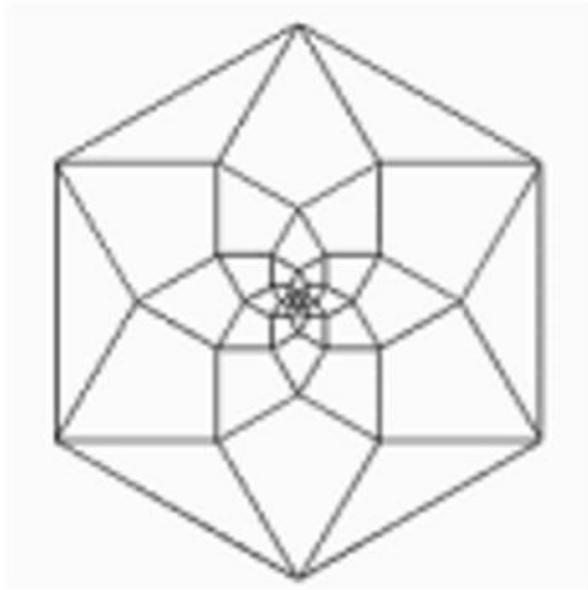
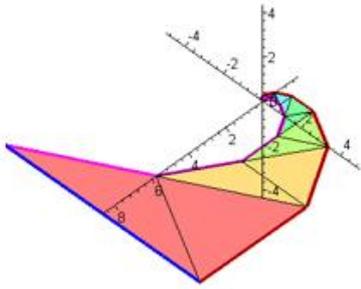


Particolare di fig.1

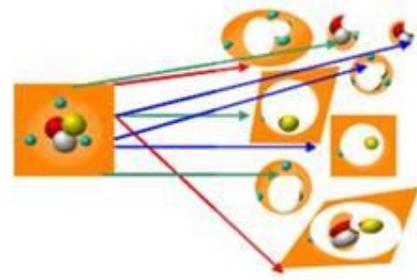
Fig.2



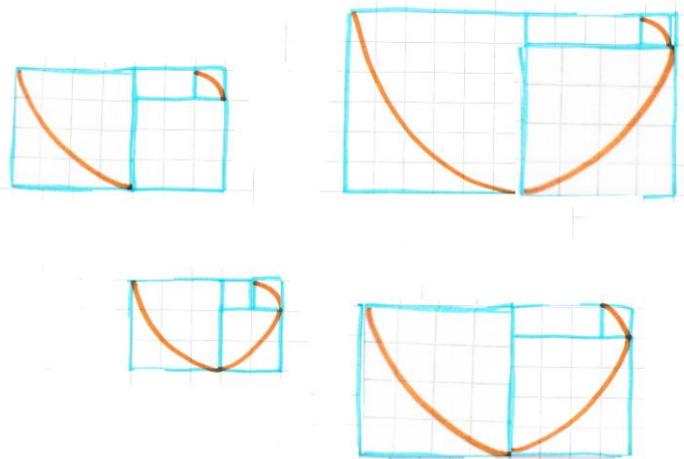
Modelli per disegnare spidron



Soluzione TEST 1- COMPLETARE I COLLEGAMENTI

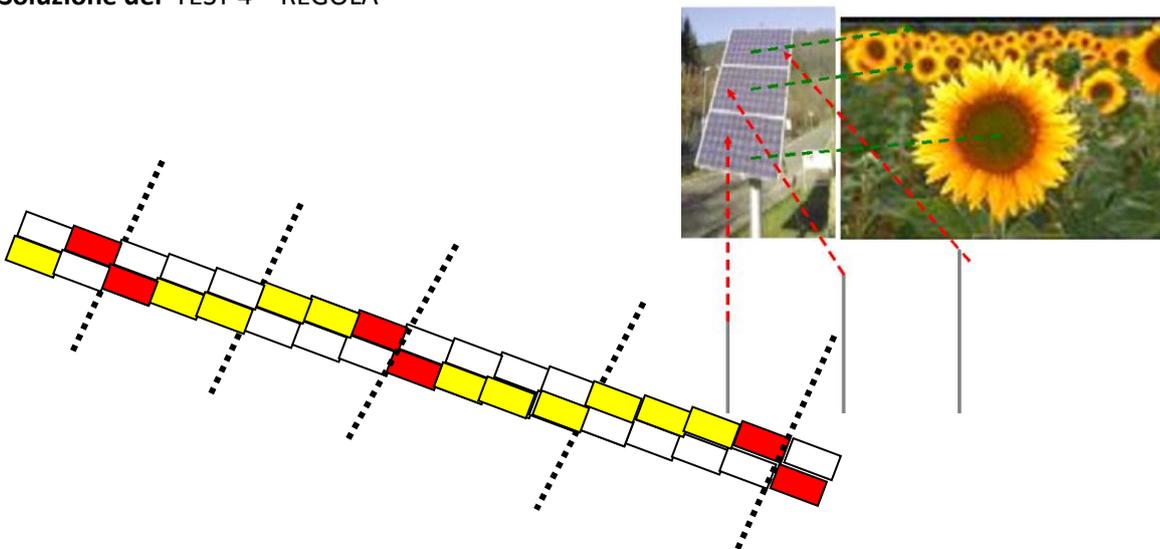


Soluzione del test 2 - DISEGNARE ARCHI DI SPIRALE



Soluzione del TEST 3 – GIRASOLI

Soluzione del TEST 4 – REGOLA

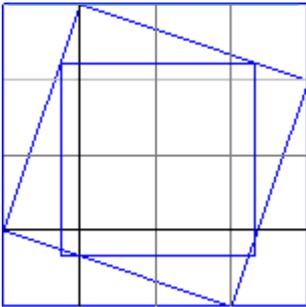


Soluzione del test 8–EQUA DISTRIBUZIONE

Il rapporto fra le dimensioni del rettangolo in cui sono contenuti gli strumenti a percussione è 2:2, cioè 1.

La forma della fossa è parabolica. (accettabile anche “anfiteatro”).

Soluzione del test 9–TORRE DI ITTEN



Poiché il primo cubo è fermo, i rimanenti nove cubi ruotano di un angolo di 40° , $(360 : 9)$.

Soluzione del test 10 – Metodo Bauhaus

Vedere disegno

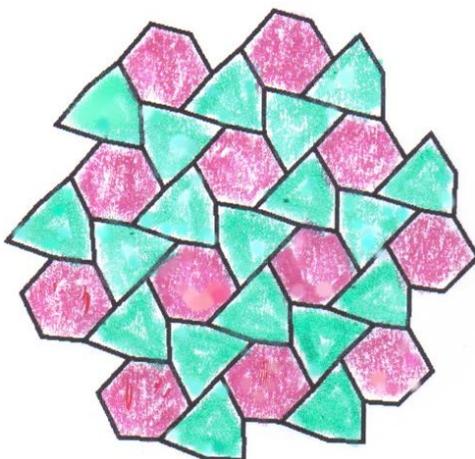


Soluzione del test 11 – STRUTTURE

FOTO 1	FIG.3
FOTO 2	FIG.2
FOTO 3	FIG.1

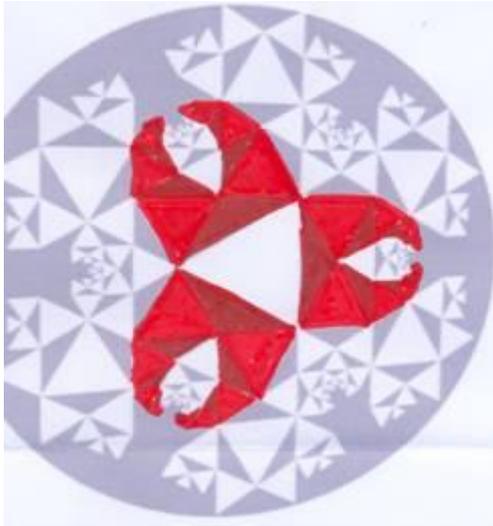
Soluzione del test 12 – I FIORI BREVIDIURNI

Vedere disegno



Soluzione del test 13 – CRESCITA DI SEMI

Vedere disegno



Soluzione del test 14- CRESCITA FRATTALE

Angoli di 60° per i triangoli bianchi equilateri.

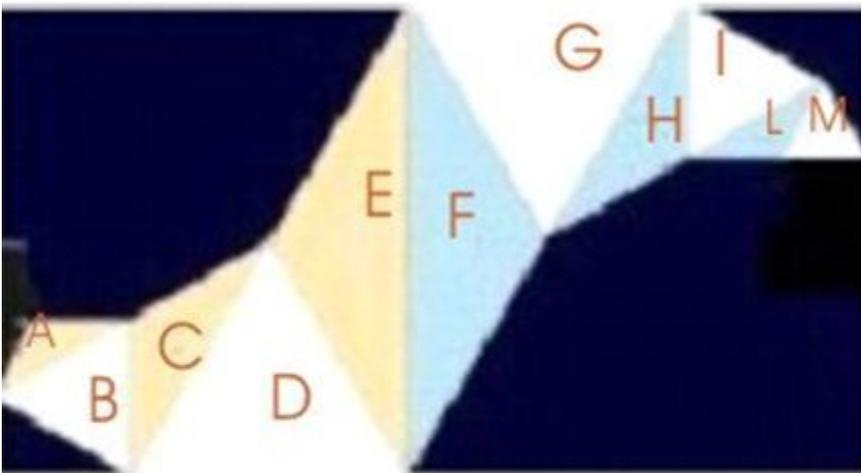
Angoli di 30° , 30° e 120° per i triangoli celesti e gialli isosceli.

Soluzione del test 15 - I NUMERI DI FIBONACCI

I personaggi di destra sono 8, quelli al centro in alto sono 3, al centro in basso 2, a destra 3, in alto a sinistra 3.

Il disegno del tappeto centrale ha 8 decorazioni floreali simili, sull'albero che appare nella finestra centrale ci sono 5 fiori e nel riquadro sulla porta di sinistra ci sono 5 stelle ottagonali. TEST

Soluzione del test 16 – LA MATEMATICA FISIOLOGICA.



Con le lettere : A,B,C,D,E,F,G,H,I,L,M sono indicati 11 triangoli convessi

Le 2 figure $D \cup E, G \cup F$

Le 9 figure

$A \cup B, B \cup C, C \cup D, E \cup F, F \cup G, G \cup H, H \cup I, I \cup L, L \cup M$

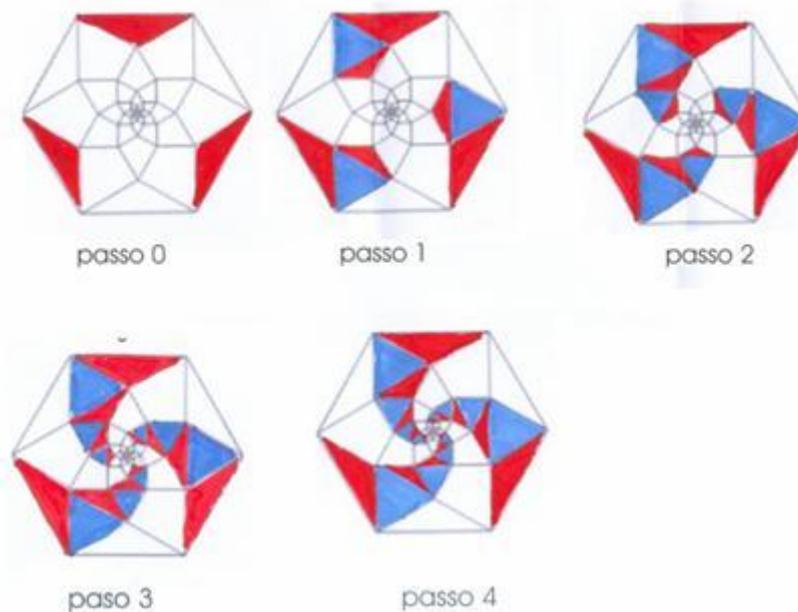
Le 5 figure

$B \cup C \cup D, D \cup E \cup F, E \cup F \cup G, G \cup H \cup I, I \cup L \cup M$

La figura $D \cup E \cup F \cup G$ è convessa.

Soluzione del test 17 – GERMOGLIO

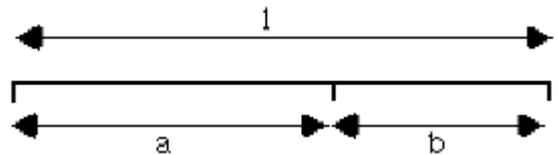
Vedere disegno



Soluzione del test 18 – Festa dei numeri famosi

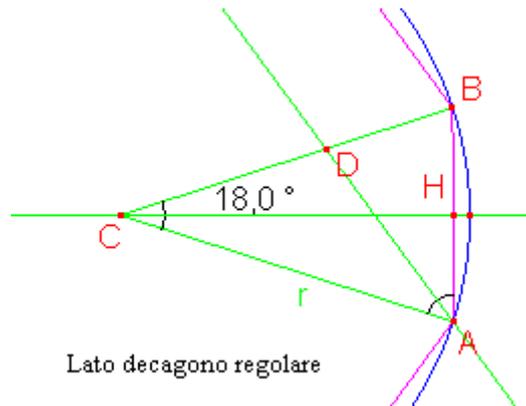
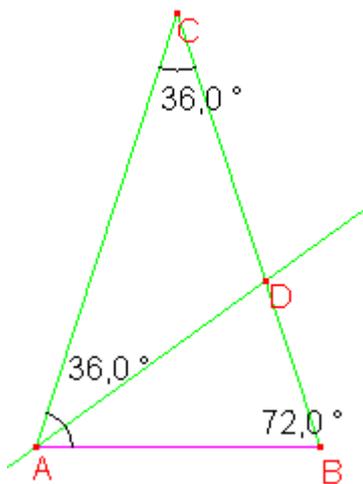
1,14 e per 1,73 non è possibile istituire una data, $\sqrt{5}$ corrisponderebbe alla data 23 febbraio.

Soluzione del test 19 - Numero di Fidia



La sezione aurea è il segmento medio proporzionale tra la lunghezza di tutto il segmento e la parte rimanente.

Ripartizione di un segmento in due parti, che stanno tra loro come la maggiore (a) sta al segmento intero (1); utilizzando i simboli si ha: $1:a=a:b$.



Il decagono è formato da 10 triangoli isosceli con l'angolo al vertice di 36° e con i due angoli alla base di 72°

Se si traccia la bisettrice AD dell'angolo alla base nel vertice A, si determina il triangolo ABD isoscele e simile al triangolo ABC con $AB=AD$ ed il triangolo ADC isoscele con $AD=CD$. La base di tale triangolo è la sezione aurea del lato.

Sussiste, infatti, la seguente proporzione

$BC:AB=AD:BD$ per cui sostituendo $AD=AB=CD$

si ha $BC:CD=CD:BD$

sostituendo $BD=BC-CD$

si ha $BC:CD=CD:(BC-CD)$, quindi CD essendo medio proporzionale fra l'intero segmento BC e la parte rimanente è la sezione aurea di BC.

Considerando, poi, il decagono regolare inscritto nella circonferenza di raggio $r=1$, per la dimostrazione precedente la misura del lato del decagono rappresenta la sezione aurea del raggio.

Indicando con l_{10} la misura del lato del decagono regolare, e con $r=1$ la misura del raggio possiamo porre

$$1 : x = x : (1 - x) \text{ da cui } 1(1 - x) = x^2$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} (-1 \pm \sqrt{5})$$

da cui il valore positivo

$x = 0,618\dots$ o numero di Fidia

Alternativamente, per il lato AB del decagono si ha:

$$AB = 2 r \sin 18 = 2 \sin 18 = 0,6180$$

Soluzione del test 20 - Torre virtuale

Dalla figura si deduce che, indicando con α l'angolo di rotazione si ha

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = \frac{1}{3}$$

e quindi $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$.

Inoltre, se l ed l' , con $l' < l$, sono le misure degli spigoli di due cubi sovrapposti, per il teorema di Pitagora si ha

$$(l')^2 = \frac{10}{16} l^2.$$

Indichiamo con l_1, l_2, \dots, l_{12} le misure degli spigoli dei cubi numerati dal basso verso l'alto e con S_i , $i = 1, \dots, 12$, il contributo di ogni cubo al calcolo della superficie.

Otteniamo:

$$S_1 = 5l_1^2 - l_2^2, \quad S_2 = 5l_2^2 - l_3^2, \quad S_3 = 5l_3^2 - l_4^2, \dots, S_{11} = 5l_{11}^2 - l_{12}^2, S_{12} = 5l_{12}^2$$

e quindi

$$S = 5l_1^2 + 4(l_2^2 + l_3^2 + \dots + l_{12}^2) = l_1^2 \left(5 + 4 \sum_{i=1}^{11} \left(\frac{10}{16} \right)^i \right).$$