

Fascia 15-16

Soluzione del test 1 – La ruota della fortuna

Riportiamo, su una sequenza lineare di caselle verdi e rosse, i numeri da 1 a 10, nell'ordine in cui, in senso orario, questi si succedono lungo la ruota. Una possibile disposizione, ad esempio, è la seguente:

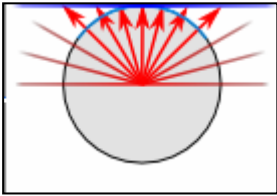


Le possibili disposizioni dei numeri pari 2, 4, 6, 8, 10 nelle caselle verdi sono $5! = 120$. Per ciascuna di queste, esistono altrettante disposizioni dei numeri dispari 1, 3, 5, 7, 9 nelle caselle rosse. Dunque esistono esattamente $120^2 = 14400$ diverse disposizioni dei numeri nella sequenza. Due di queste sequenze danno luogo, sulla ruota, alla stessa disposizione circolare se e solo se esse si ottengono una dall'altra per rotazione. Da ogni sequenza se ne possono ottenere, per rotazione, altre 4, che, nel caso della sequenza riportata sopra, sono:



Quindi le sequenze lineari determinano, a gruppi di cinque, la stessa disposizione circolare. Le possibili disposizioni circolari sono dunque $14400/5 = 2880$.

Soluzione del test 2 - Proiezioni geografiche



Verrà riprodotta nella carta geografica solo la parte della superficie terrestre che si trova a nord del parallelo corrispondente al centro di proiezione (ossia quella compresa tra il piano tangente ed il piano ad esso parallelo e passante per il centro di proiezione). Questa parte della superficie terrestre è, infatti, l'insieme dei punti di intersezione tra la sfera e le semirette uscenti dal centro di proiezione che intersecano il piano tangente.

Poiché, nella proiezione polare, i paralleli visibili vengono proiettati in curve chiuse, la carta geografica prodotta con questa tecnica è quella della figura 3.

Soluzione del test 3 – Efficienza dei mezzi di trasporto

Gas di inquinamento ambientale	Ciclisti ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	Automobilisti ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	rapporto
Monossido di carbonio (CO)	2670	6730	0,39
Biossido d'azoto (NO_2)	156	277	0,56
Benzene	23	138	0,16
Toluene	72	373	0,19
Xylene	46	193	0,23

Un pedone per percorrere 6 km si esporrebbe per maggior tempo a gas inquinanti rispetto al ciclista ed all'automobilista. Quindi andare a piedi sarebbe più economico ma meno salutare.

La bicicletta è il mezzo più veloce nei primi 6 km, perché si risparmia il tempo necessario ad un automobilista per parcheggiare la vettura, ed è il meno pericoloso, perché un ciclista si espone a circa il 60% in meno del totale dei gas inquinanti.

La bicicletta è il mezzo più economico e salutare sempre, anche se meno veloce rispetto alla macchina.

Fascia 17-18

Soluzione del test 1 – Curva a campana

La quantità di carote raccolte giornalmente aumenta all'aumentare del numero dei raccoglitori fino a raggiungere un massimo (indicato, in ogni grafico, dal punto della curva avente ordinata massima). Al di là di questo numero, la quantità di carote raccolte diminuisce a causa del crescente sovraffollamento del campo, che incide negativamente sulla produttività dei raccoglitori.

Soluzione del test 2 – L'orologio del futuro

Nell'attuale sistema, il giorno è formato da 1440 minuti e, nel sistema futuro, da 900 minuti. L'ora segnata dai due orologi in un arbitrario momento della giornata sia $x:y$, essendo x le ore e y i minuti trascorsi dall'inizio della giornata (corrispondente all'ora 00:00).

La frazione di giornata complessivamente trascorsa dall'inizio della giornata è, nel sistema attuale,

pari a $\frac{x}{24} + \frac{y}{1440}$, e, nel sistema futuro, pari a $\frac{x}{30} + \frac{y}{900}$.

Quindi i due orologi segneranno la stessa ora $x:y$ quando

$$\frac{x}{24} + \frac{y}{1440} = \frac{x}{30} + \frac{y}{900},$$

ossia quando $20x = y$. Dovendo essere $0 \leq x \leq 23$, gli orari cercati sono quindi 00:00 e 01:20.

Soluzione del test 3 - La scacchiera tricolore

Tutti i percorsi che conducono la formica dal punto di partenza ad uno dei chicchi di riso sono formati da un numero dispari di caselle (compresa quella iniziale). Un percorso siffatto che contenesse solo caselle verdi e bianche, iniziando con una casella verde, ed essendo formato da un'alternanza di caselle verdi e bianche, dovrebbe necessariamente terminare con una casella verde. Poiché, però, i chicchi di riso si trovano su caselle bianche, ogni percorso del tipo desiderato contiene almeno una casella rossa.