

Tullio Viola

**VERSO NUOVI INDIRIZZI NELL'INSEGNAMENTO
DELLA MATEMATICA**

**Estratto da ARCHIMEDE – Felice Le Monnier – Firenze
1956**

VERSO NUOVI INDIRIZZI NELL'INSEGNAMENTO
DELLA MATEMATICA ⁽¹⁾

L'impressione, ormai universalmente diffusa, che tutto il sistema del nostro insegnamento, in ogni ordine e tipo di scuole, stia per entrare in una profonda crisi di rinnovamento, rende attuale, anzi direi urgente, il riesame dei temi fondamentali di discussione sull'insegnamento delle scienze matematiche, fisiche e naturali. I nuovi progetti di riforma degli esami di maturità e di licenza, e dell'ordinamento della scuola media inferiore che verranno presto, con qualche opportuna modifica, attuati, quelli dell'ordinamento delle facoltà d'Ingegneria nelle Università al quale si dovrà pur giungere in un avvenire non lontano, sono sufficientemente indicativi della complessità e della gravità dei problemi che converrà affrontare e risolvere. Sono problemi che investono il campo politico, sociale ed economico da un lato, quello culturale dall'altro: l'opinione pubblica è già vivamente interessata sia agli uni attraverso la stampa quotidiana, sia agli altri attraverso quella periodica più seria. La polemica che da mesi si dibatte sulle colonne dei periodici aventi i caratteri e le tendenze più eterogenee intorno all'importantissimo problema dell'abolizione o riduzione dell'insegnamento del latino ⁽²⁾, dovrà essere seguita, se pure in circoli più ristretti di persone competenti, da quella d'un più organico, d'un più ricco, d'un più formativo insegnamento scientifico-naturalistico e, soprattutto, matematico ⁽³⁾.

Nelle pagine che seguono esporrò alcune mie idee sull'argomento, maturate attraverso molti anni di riflessioni e di esperienze.

Non mi tratterò su questioni didattiche particolari, sulle quali è stato tanto studiato e discusso, e sempre si continuerà a studiare e a discutere. Basta infatti cominciare a sfogliare le riviste specializzate su tali questioni

⁽¹⁾ Su invito della direzione dell'« Archimede » espongo a rapidi tratti, in quest'articolo, alcuni temi iniziali da me svolti nelle lezioni del *Corso di aggiornamento sull'insegnamento della matematica*, che ho tenuto durante l'Anno Accademico 1955-56 presso l'Università di Bari. In tale Corso, di cui per tre anni di seguito ho avuto l'onore di ricevere l'incarico da parte del *Centro Didattico Nazionale per l'Istruzione tecnica e professionale del Ministero della Pubblica Istruzione*, ho poi svolto anche e soprattutto una parte sistematica di pedagogia che spero riceverà sviluppo negli anni venturi, così da poter giungere alla pubblicazione d'un testo.

⁽²⁾ Abolizione o riduzione che perfino un insigne latinista come C. MARCHESI s'è ormai rassegnato a riconoscere come assolutamente necessaria (cfr. *Riforma della Scuola*, 1956, n. 1). Si consultino anche gli interessanti articoli di G. CALOGERO, sul « Mondo » (a partire dal gennaio 1956).

⁽³⁾ In un recente articolo N. ABBAGNANO delinea efficacemente, in pochi tratti, i motivi che dovranno informare la ricerca d'un nuovo indirizzo nell'insegnamento medio, che valga a formare personalità spiritualmente equilibrate e culturalmente ricche. « In Italia - Egli conclude - il problema è non solo quello di realizzare la cultura tecnico-scientifica,.... ma è anche quello di realizzarla in modo da non smarrire le condizioni dell'equilibrio personale e non distruggere la ricchezza degli interessi sui quali tale equilibrio si fonda ».

ivi compresa la presente, così egregiamente diretta), che si vanno pubblicando da più di mezzo secolo, basta gettare uno sguardo su articoli riassuntivi come per esempio quello, splendido, di L. BRUSOTTI nell'*Enciclopedia delle Matematiche elementari* (4), per rendersi perfettamente conto che non fanno certo difetto le proposte di nuovi metodi per insegnare il tale o tal altro capitolo dell'algebra, o dell'aritmetica, o della geometria: nè in questo campo si può dire che l'Italia sia seconda a nessun'altra nazione! Mi tratterrò invece su alcuni problemi di pedagogia generale, premettendo, con tutta franchezza, alcune critiche agli ordinamenti scolastici italiani e a quella che vorrei chiamare (mi si perdoni l'ardire) la *coscienza pedagogica degli italiani*. E mi esprimerò con una certa ampiezza di discorso suggerita dalla consapevolezza che le mie critiche circolano anche al di fuori della cerchia ristretta dei matematici, sia a Bari che in altre grandi città d'Italia.

Mi sia concesso di dichiarare che il fondamento ultimo del problema sta tutto qui: in Italia, e più precisamente nell'opinione pubblica delle classi culturalmente elevate, s'è perduta, o forse non è neppure mai esistita, una coscienza pedagogica nei riguardi della matematica!

In Italia, si sa, v'è intelligenza da vendere. V'è una comprensione abbastanza profonda dei valori della cultura, ma ancora orientata quasi esclusivamente verso gli aspetti umanistici tradizionali, cioè classici di essa, quasi a reazione delle tendenze centrifughe, dispersive, dell'individualismo di tipo anarchico, così fortemente sentito. Eppure, per quanto riguarda la matematica, si sente che, da dieci o vent'anni, il clima è cambiato. L'antica, vieta domanda: « Mi dica, lei ch'è professore di matematica, i suoi studi servono a qualcosa? », non circola più. S'è diffuso un senso di rispetto verso questa ignorata scienza che a poco a poco, a quanto si dice, penetra e signoreggia dovunque, direi quasi di timore reverenziale di fronte al mistero arcano di uomini che, partendo dalla contemplazione della curvatura dello spazio e della contemporaneità del passato, del presente e del futuro, pervengono a divinare le leggi che governano i fenomeni di trasformazione della materia in energia. Numerosi libri ed articoli di divulgazione vengono incontro ai nuovi interessi in larghi strati del pubblico, suscitando spesso perfino degli entusiasmi, commoventi per la loro ingenuità, nell'animo sempre giovanile degli italiani.

Tuttavia, se da un generico sondaggio dell'opinione pubblica corrente si passa a cercar di valutare più precisamente quella delle classi culturalmente più elevate, il cambiamento di clima non s'avverte. Il dialogo fra filosofi e matematici è meno vivo di quaranta o cinquant'anni fa (5), quello fra matematici e pedagogisti o psicologi è quasi inesistente. Questi sembrano sintomi, e non indifferenti, piuttosto di raffreddamento, d'involuzione. Contemporaneamente la diffusione della matematica nella cultura dei naturalisti e perfino in quella dei chimici, progredisce più lentamente in Italia che all'Estero, e di ciò è in gran parte responsabile la totale mancanza di cattedre universitarie di ruolo di matematica per naturalisti o per chimici. Più gravi ancora sembrano i sintomi che rivelano disinteresse al problema della preparazione dei professori di matematica delle scuole secondarie. Tale prepara-

(4) Vol. III₂ (Milano) 1950, pp. 885-973.

(5) Di valore inestimabile è perciò l'opera di quei pochi filosofi che ancora s'interessano, con competenza, di questioni matematiche.

zione si differenzia di poco, nei quattro anni ufficialmente prescritti per il conseguimento della laurea, da quella dei giovani che intendono dedicarsi alla carriera scientifica: prova ne sia che, in tutta Italia, vi sono attualmente tre sole cattedre universitarie di ruolo per le matematiche complementari, non ve n'è nessuna per la storia della matematica, nessuna per la didattica o la pedagogia della matematica. Altra prova è che, se si contassero, in tutta Italia, quelli fra i suddetti aspiranti professori i quali frequentino, come materia complementare, un corso di altra facoltà, poniamo per esempio di storia della filosofia, le dita di una mano sarebbero sufficienti. L'Istituto nazionale per la storia delle scienze, fondato da F. ENRIQUES in Roma e che già ebbe lodevole attività, è praticamente morto. Le prove d'esame per le abilitazioni e per i concorsi alle cattedre dei professori, sono imperniate su schemi rigidi e tradizionali. Si potrebbe continuare a lungo.

Se si rileggono le *Lezioni sull'insegnamento matematico nelle scuole superiori*, tenute fra il 1904 e il 1907 all'Università di Gottinga da F. KLEIN ⁽⁶⁾, si rimane sorpresi dal gran numero di critiche che potrebbero ripetersi oggi, mutatis mutandis, all'insegnamento matematico nelle scuole italiane ⁽⁷⁾. Dopo di che non sarebbe più da meravigliarsi se altrettante delle critiche del KLEIN (forse non precisamente le stesse) potessero muoversi anche all'attuale insegnamento in Germania. Eppure, da cinquant'anni a questa parte, un enorme lavoro d'indagine, sull'argomento, è stato fatto in tutti i paesi civili, e innumerevoli modificazioni, fin nei più minuti dettagli, sono state ovunque proposte, soprattutto in Germania ⁽⁸⁾. Tutto ciò ha avuto il suo periodo aureo fino alla prima guerra mondiale, o poco oltre.

Ovviamente la principale ragione dell'arresto, e soprattutto del mancato passaggio dalla teoria alla pratica, è dovuta ai cataclismi politici e sociali che hanno sconvolto l'Europa, da quell'epoca in poi. E si può ragionevolmente supporre che tale funesta ragione sia tuttora operante, o almeno che la preoccupazione di ben altri problemi, gravanti come paurosi incubi sullo spirito dei cittadini più pensosi e più coscienti, distolga l'interesse di molti, o ne paralizzi la volontà, o forse finisca per insinuare il dubbio se non valga meglio, in ogni caso, che ognuno (il quale non abbia la ventura d'esser ministro, o almeno senatore o deputato) pensi ai casi suoi ⁽⁹⁾! Il quale dubbio

⁽⁶⁾ F. KLEIN u. R. SCHIMMACK, *Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen* (Lipsia, 1907).

⁽⁷⁾ La prima critica è fatta dall'Autore a quello ch'Egli chiama il « *Sistema della doppia dimenticanza* ». Con fine umorismo dice: « La giovane matricola, presa dall'entusiasmo della libertà dei primi studi universitari, si scuote di dosso, insieme col ricordo della coercizione scolastica, anche quello della matematica "elementare" che lo avevano costretto a studiare, onde poter finalmente vivere soltanto nelle "alte" regioni di questa scienza. Inversamente l'aspirante professore, che è riuscito felicemente ad evitare certi scogli pericolosi degli esami, dimentica presto l'alta matematica e si sente ormai piuttosto sollecitato a pensare alla matematica scolastica, cioè a come insegnare razionalmente questa materia nella scuola. Non v'è qualcosa d'assurdo in questo sistema, che la matematica dell'Università e quella delle scuole secondarie manchino di veri rapporti? » (loc. cit., pag. 1).

⁽⁸⁾ Come attestano le duemila e più pagine dei rendiconti della Commissione Internazionale dell'Insegnamento Matematico, per il solo periodo 1908-1916 e per la sola Germania!

⁽⁹⁾ Invero molto seducente è la tentazione di rinchiudersi nel proprio guscio e d'occuparsi soltanto di scienza: là ove ognuno è personalmente ed esclusivamente responsabile dei risultati del proprio lavoro. Un collega, caro amico ed illustre scienziato, mi confessava recentemente la propria istintiva avversione ad occuparsi di questioni scolastiche od anche soltanto didattiche, nelle quali « le forze politiche ed economiche, nonché le ambizioni e gli

non è poi diverso da quello che prende molti cosiddetti rinunciatari in politica, eppure (a differenza di quello) perfettamente scusabile, poichè infine occuparsi di questioni scolastiche non è un dovere di tutti!

A siffatte argomentazioni non può risponderci che con una confessione di fede. Se è vero (e chi ne può dubitare?) che la vitalità d'un popolo si esplica, dopo sventure nazionali, nella ripresa di tutte le attività sociali, in quella ripresa che sola impedisce al singolo individuo di ripiegarsi su se stesso e di lasciarsi sopraffare dal pessimismo, riconosciamo che il discutere insieme dei problemi scolastici, e l'adoperarsi a che si formi e si diffonda un'opinione pubblica delle soluzioni da adottarsi, e il combattere affinchè tali soluzioni vengano adottate, è appunto una, e certo non l'ultima, di quelle attività. E confidiamo che i frutti d'un tanto lavoro dovranno pur raccogliersi un giorno, vicino o lontano, se non è un inganno la massima biblica: « Getta il tuo pane sulle acque, perchè dopo molto tempo tu lo ritroverai! ». E intanto rallegriamoci che possiamo lavorare in un Paese, nel quale grande è la libertà d'insegnamento, forse più grande che in ogni altro paese civile⁽¹⁰⁾.

* * *

A promuovere un progresso nella pedagogia della matematica, nulla sembra più opportuno di una presa di contatto, da parte di professori universitari di matematica, di pedagogia e di psicologia, in intima collaborazione con gli ambienti della scuola secondaria, contatto, oggi, praticamente inesistente in Italia.

Personalmente ho potuto fare alcune esperienze in proposito⁽¹¹⁾, dalle quali ho tratto alcuni interessanti motivi di studio. Sui principali di questi motivi intendo ora trattenermi.

È noto che due grandi matematici, il POINCARÉ e il KLEIN, hanno aperto la via alle vedute moderne della pedagogia matematica. I loro indirizzi presentano caratteri sia comuni, sia diversi.

a) Carattere comune è soprattutto l'affermazione, molto decisa, dell'opportunità di ritornare ad un tipo d'insegnamento che stimoli ed eserciti maggiormente le facoltà intuitive degli allievi. Ora in Italia s'è già fatto molto

interessi umani delle persone influenti, rendono vano ogni sforzo». Gli pareva vano perfino il lavoro svolto dalla Commissione Internazionale nel periodo 1908-1916 (v. nota 8), proprio in Germania (non parliamo poi della Russia!) ove i successivi cambiamenti di regime avevano sconvolto ogni cosa. Un altro collega mi diceva, in tutta sincerità e semplicità, che della scuola media aveva personalmente un così cattivo ricordo, da considerarla ora e sempre... *un ambiente d'abbrutimento della gioventù!* Mi son fatto una raccolta di pareri sull'argomento, da parte di persone colte d'ogni genere, molto interessante psicologicamente e socialmente!

⁽¹⁰⁾ Le recenti solenni dichiarazioni del Ministro della Pubblica Istruzione danno affidamento che tale libertà non verrà compromessa dalle nuove riforme.

⁽¹¹⁾ Con lezioni di prova nelle scuole medie di Bari. Mi rendo però perfettamente conto che tali lezioni, pur ripetute in tre scuole diverse, hanno avuto carattere troppo particolare e saltuario, per potermi portare a delle conclusioni: esse mi hanno giovato solo a porre dei problemi pedagogici, non a risolverli. Desidererei poter ripetere (in anni venturi) le esperienze con maggiore continuità, ad allievi d'età diverse, di attitudini ed indirizzi di studio lontani fra loro, e, ripeto, con la collaborazione di pedagogisti e di psicologi.

Colgo l'occasione per ringraziare pubblicamente il Direttore del Centro Didattico Nazionale per l'Istruzione tecnica e professionale, il Provveditore agli Studi di Bari, i Presidi e gli Insegnanti tutti che mi rendono possibili tali preziose esperienze.

in questo senso ⁽¹²⁾, ma assai meno che in altre nazioni. L'ENRIQUES ha diagnosticato con molta finezza e con molto senso d'equilibrio la situazione in Italia, oggi non molto diversa da vent'anni fa ⁽¹³⁾. Credo che un riesame di questo problema, fatto al vivo contatto coi giovani delle nostre scuole secondarie, sarebbe di grande giovamento e potrebbe condurre a proposte molto attendibili.

b) Il POINCARÉ si discosta invece notevolmente dal KLEIN, in quanto più aderente al metodo filogenetico d'insegnamento, metodo che, mi sembra, non potrebbe essere meglio enunciato che con le parole stesse del grande Maestro: « Les zoologistes prétendent que le développement embryonnaire d'un animal résume en un temps très court toute l'histoire de ses ancêtres des époques géologiques. Il semble qu'il en est de même du développement des esprits. La tâche de l'éducateur est de faire repasser l'esprit de l'enfant par où a passé celui de ses pères, en passant rapidement par certaines étapes mais en n'en supprimant aucune. A ce compte, l'histoire de la science doit être notre guide... Les questions se poseront successivement à l'enfant, comme elles se sont posées successivement à nos pères, jusqu'à ce que la rigueur parfaite, puisse seule la satisfaire. Il ne suffit pas de douter de tout, il faut savoir pourquoi l'on doute » ⁽¹⁴⁾.

Soprattutto nell'insegnamento della geometria, sembra che l'Italia, più restia ad allontanarsi dalla tradizione euclidea cui era stata energicamente riportata, nella seconda metà del XIX secolo, dal BETTI, dal BRIOSCHI e dal CREMONA, sia oggi vicina al metodo filogenetico non solo più della Francia, ma anche più della stessa Inghilterra, nella quale quella tradizione si era tenacemente, ininterrottamente conservata, per secoli, fino agli ultimi decenni. Lo provano i migliori nostri testi di geometria razionale degli ultimi cinquant'anni, da quello di F. ENRIQUES e U. AMALDI a quello di F. SEVERI. Ma i risultati delle moderne ricerche di psicologia sperimentale fatte all'Estero, sembrano contrarie al metodo filogenetico ⁽¹⁵⁾ e ciò suggerisce di tentare nelle scuole italiane delle verifiche, favorevoli o contrarie al metodo, in modo sistematico e razionale.

c) Si è molto parlato, e si continua a parlare, del cosiddetto « metodo attivo ». È lecito dubitare che, per quanto riguarda l'insegnamento della matematica, la questione sia ben posta, potendosi affermare, sia pure a titolo di paradosso, che ogni insegnamento della matematica, in ogni tempo e luogo, « o è attivo o non è » ⁽¹⁶⁾. Quello che invece non sembra ancora abba-

⁽¹²⁾ Basta infatti paragonare i testi di cinquant'anni fa, con quelli attuali.

⁽¹³⁾ F. ENRIQUES, *Le matematiche nella storia e nella cultura* (Bologna 1938), pp. 184-191.

⁽¹⁴⁾ H. POINCARÉ, *La logique et l'intuition dans la Science mathématique et dans l'enseignement* (*L'enseignement mathématique*, I, 1899, pp. 157-162).

⁽¹⁵⁾ « L'ordre de construction des notions et des opérations géométriques dans le développement spontané de l'enfant n'est nullement conforme à l'ordre historique des étapes de la géométrie et se rapproche davantage de l'ordre de filiation des groupes fondamentaux sur lesquels reposent les divers types d'espaces » (J. PIAGET, *Les structures mathématiques et les structures opératoires de l'intelligence*, nel volume *L'enseignement des mathématiques*, Neuchâtel, 1955, p. 25).

⁽¹⁶⁾ È infatti difficile immaginare un metodo più « attivo » di quello socratico! Ma, fuori di paradosso, mi sembra che la questione possa ridursi a proporzioni più semplici, stabilendo il principio che, dalle scuole elementari alle Università, si cerchi d'attuare un lento e continuo progresso, onde gli allievi risultino infine perfettamente capaci di seguire l'insegnamento cattedratico e trarre da questo il massimo profitto. (Cfr. L. BRUSOTTI, loc. cit., pp. 915-916).

stanza sperimentato e studiato, specialmente in Italia, è il « metodo globale », metodo che consiste nel fondere (in un tutto organico e vivente) geometria, algebra ed aritmetica, e, nella geometria, quella dello spazio con quella del piano.

Con ciò non intendo dire che si debba semplicemente ritornare alle *scorrettezze* ⁽¹⁷⁾ del metodo di LEGENDRE o al cosiddetto *fusionismo* di DE PAOLIS e di LAZZERI e BASSANI ⁽¹⁸⁾. Esprimo soltanto il dubbio che, *specialmente nell'insegnamento della geometria intuitiva*, le scuole italiane siano rimaste un po' indietro, in quel modo, che direi ancora troppo herbartiano, di dividere rigidamente e schematicamente, l'uno dall'altro, i vari argomenti ⁽¹⁹⁾.

Ho ripetutamente sperimentato, in classi di bambini dai 10 ai 12 anni (v. nota 11), l'insegnamento di qualche semplice proiezione nel sistema di MONGE, di solidi geometrici, con relative operazioni di sezioni piane e ribaltamenti di sezioni piane, e sono stato lietamente sorpreso del grande interesse e della facilità d'apprendere dei bambini ⁽²⁰⁾.

Certo non ci si può nascondere le grandi difficoltà che un metodo che

⁽¹⁷⁾ Ma erano poi proprio « scorrettezze »? O meglio: le scorrettezze erano sostanzialmente nel primitivo e genuino LEGENDRE, o non piuttosto nei suoi epigoni? Nel 1944 la questione fu posta e dibattuta nel *Circolo degli Amici della Didattica*, che si riuniva periodicamente in Roma sotto la direzione di F. ENRIQUES. Questi si compiacque d'affidare personalmente a me un riesame approfondito e completo del problema, e devo dire che il giudizio al quale giungemmo concordi fu... di assoluzione del LEGENDRE! Del resto, che un sollecito accostamento alla geometria, non solo dell'algebra ma anche dell'analisi, sia compatibile con la correttezza scientifica, lo dimostrano alcuni ottimi testi francesi, come per esempio quelli di E. BOREL.

⁽¹⁸⁾ Del quale, sostanzialmente, si disse che era *troppo difficile* per i giovani allievi. Ma non credo che, in proposito, l'ultima parola sia stata ancora pronunciata. Forse, come riteneva lo SCORZA [*Sui libri di testo di geometria per le scuole secondarie superiori* (Bollettino della « Mathesis », 4, agosto 1912)], « la fusione della planimetria e della stereometria... non è arrivata ancora a quel grado d'intimità e profondità che anche negli elementi della geometria è lecito sperare ». Ma se veramente si dovesse infine riconoscere che quel progresso di fusione che lo SCORZA riconosceva nel passaggio dal testo del DE PAOLIS a quello di LAZZERI e BASSANI, non possa accentuarsi fino a giungere ad una vera e propria penetrazione e ad una sostanziale semplificazione metodologica, nulla vieterebbe d'adottare, nella geometria razionale, delle trattazioni che, come ancora osserva lo SCORZA (*loc. cit.*), permettano di far studiare simultaneamente la planimetria e la stereometria.

⁽¹⁹⁾ Un metodo globale è quello che, com'è ben noto, ormai s'è imposto in tutte le scuole elementari per insegnare a scrivere, con risultati enormemente superiori al metodo antico, il quale sembrava fatto apposta per annoiare ed opprimere. Per l'insegnamento della geometria nelle scuole elementari, già nel 1910, nell'eccellente articolo di K. BRANDENBERGER, *Der Mathematikunterricht an der Volksschule als Vorbereitung für den Mathematikunterricht and der Mittelschule* (« Schweizerische pädagogische Zeitschrift »), si leggeva: « Il vero e proprio insegnamento della Geometria dev'essere preceduto da un insegnamento *propedeutico*, gli oggetti del quale non devono essere linee od angoli, non figure in una o in due sole dimensioni, ma devono essere dei corpi, cioè figure in tre dimensioni. Poichè noi viviamo nello spazio tridimensionale e siamo circondati da corpi tridimensionali » (p. 145 e segg.). Alla questione accenna anche il BRUSOTTI (*loc. cit.*, pp. 933-934).

⁽²⁰⁾ Ed allora si pone l'interessantissimo problema: che risultati si otterrebbero, se gli allievi venissero abituati fin dalla più tenera età (v. nota 19), e poi attraverso l'insegnamento dei primi elementi della geometria descrittiva (proiezioni di MONGE e quotate) in modo intuitivo, e infine anche nella geometria razionale (v. nota 18), a studiare simultaneamente ed armonicamente la planimetria e la stereometria? In ogni caso si otterrebbe un ben maggiore affinamento e potenziamento dell'intuizione visiva la cui deficienza, come giustamente osserva il BRUSOTTI (*loc. cit.*, p. 903), è forse in gran parte responsabile dell'attuale abbandono degli esercizi di risoluzione dei problemi con metodo puramente geometrico.

sia simultaneamente attivo e globale presenta, primo fra tutti il pericolo d'un dissidio fra libro di testo ed insegnamento orale (21): e facile è ottenere brillanti risultati in singole lezioni (specialmente in Italia ove tanto frequenti sono la prontezza e la precocità dei bambini), ma ben arduo è portare, in un intero ciclo di lezioni, tutta una classe ad un livello comune di buona cultura! Su questa via veramente deve confessarsi che, per gradi insensibili, la pedagogia assurge alle vette dell'Arte, e all'ultimo ogni metodo diviene ineffabile, perchè assorbito interamente nella personalità dell'insegnante (22)!

d) Ricerche di psicologia ai fini d'un nuovo orientamento metodologico nell'insegnamento della matematica, sono state da alcuni anni iniziate con lo studio metodico degli errori commessi dagli allievi. Particolarmente interessanti, in quest'ordine d'idee, i primi risultati del WERTHEIMER (23) la cui opera meriterebbe, a mio parere, d'esser proseguita in molte direzioni. Il concetto fondamentale di siffatte ricerche, di valutare il significato psicologicamente positivo degli errori, si potrebbe verosimilmente attribuire alla originalità dell'ENRIQUES che per primo lo enunciò applicandolo nei suoi profondi studi di storia della scienza (24).

Tali ricerche sono state avviate con metodi non lontani da quelli della psicologia sperimentale. Ma è prevedibile che più propriamente a questa scienza spetterà di dire una parola decisiva per l'avvenire della pedagogia matematica. Perciò desidero, da ultimo, riferire con qualche maggiore ampiezza su alcuni risultati ottenuti dalla psicologia sperimentale, principalmente ad opera di J. PIAGET e della sua scuola, e sui problemi che ne scaturiscono.

Il PIAGET ha portato un notevole contributo alla comprensione dei processi mentali, propri della più tenera infanzia, che conducono alla formazione dei primi e fondamentali concetti matematici e cioè: nella geometria i concetti di punto, di retta e di piano, nell'aritmetica quello di numero naturale. I suoi studi hanno efficacemente dimostrato che questi concetti si formano in modo non indipendente e staccato, ma unitario ed organico e come ultima conclusione d'un lavoro di analisi e di sintesi che mette in giuoco, per molti anni, le più profonde e delicate capacità d'osservazione, di sperimentazione e d'astrazione del bambino (25). Da questi risultati pazientemente acquisiti, il PIAGET deduce che *il fondamento psicologico delle matematiche è operativo e strutturale* (26), talchè per esempio l'educazione geometrica del bambino dovrebbe cominciare non già col costruire e studiare figure formate da punti, rette e piani ma, molto prima, col coordinare razionalmente i movi-

(21) Cfr. L. BRUSOTTI, loc. cit., pp. 918-919. Si può, a questo proposito, porre il problema della formazione di « libri di testo a madre e figlia », cioè con due redazioni diverse e con caratteri diversi: l'una per gli insegnanti, l'altra per gli allievi.

(22) Secondo il noto paradosso di HERDER: « Ogni insegnante deve avere il proprio metodo; egli deve crearselo da sè, altrimenti non gli giova a nulla »!

(23) M. WERTHEIMER, *Productive Thinking* (New York, 1945).

(24) « L'errore è, sulla via della verità, l'aspetto negativo del precorrimiento di essa coll'intuizione, e così essenzialmente parte di ogni più elevata conquista scientifica ». (F. ENRIQUES, loc. cit. alla nota 13, p. 183).

(25) Opera principale: *La représentation du monde chez l'enfant* (Parigi, Alcan, 1926), tradotta in italiano col titolo: *La rappresentazione del mondo nel fanciullo* (Torino, Einaudi, 1955).

(26) J. PIAGET, *Le mécanisme du développement mental et les lois du groupement des opérations; esquisse d'une théorie opératoire de l'intelligence* (« Archives de Psychologie », vol. 28, 112, 1941). Cfr. anche E. CASSIRER, *Le concept de groupe et la théorie de la perception* (« Journal de Psychologie », 1938, p. 368).

menti, con l'ordinare gli oggetti nello spazio e col riconoscerne le più semplici proprietà qualitative o di forma (27).

Alla vasta cultura e all'acutezza critica del PIAGET non è sfuggito che le conclusioni da lui raggiunte si accordano mirabilmente con quelle della logica moderna, più precisamente con la concezione della matematica quale scienza puramente formale, cioè insieme appunto di *strutture* algebriche, di ordine e topologiche nel senso dei BOURBAKI (28). Un tale accordo è senza dubbio suggestivo e può darsi che sia destinato a proiettare molta luce sul problema fondamentale gnoseologico della matematica (29); ma non mi sembra che possa giustificare quella rivoluzione totale dei metodi d'insegnamento che alcuni eminenti matematici pretenderebbero auspicare (30). Invero la pedagogia dedotta dai risultati del PIAGET dovrebbe, a mio parere, informare tutta una prima fase dell'insegnamento, ma considerarsi conclusa a scopo raggiunto, cioè ad acquisizione ottenuta dei primi, più elementari concetti dell'aritmetica e della geometria euclidea: conclusa dunque non oltre i 7 od 8 anni d'età. Il numero (ivi incluse le operazioni di somma e prodotto), il punto, la retta e il piano (ivi incluse le proprietà d'appartenenza, d'ordinamento e di congruenza) sarebbero i concetti d'arrivo della prima fase dell'insegnamento, concetti cui la coscienza del bambino affiorerebbe, simultaneamente ed organicamente, al termine d'un lavoro ben diretto da parte dell'insegnante, necessariamente lento e subcosciente nell'allievo. Ma pretendere che questi continui poi a educarsi matematicamente sul fondamento di *operazioni e strutture*, sarebbe grave errore, salvo eccezioni di bambini troppo superiormente o troppo inferiormente dotati.

Si può sperare che le ricerche del PIAGET, se sapientemente proseguite, potranno giungere, in un avvenire non lontano, a colmare una lacuna già da lungo tempo più o meno acutamente sentita da fisici, da filosofi e da matematici oltre che da pedagogisti. Esse possono considerarsi infatti il presup-

(27) Cfr. nota 19.

(28) Loc. cit. alla nota 15.

(29) Così ritengo che la convergenza delle ricerche psicologiche con quelle filosofiche, abbia ormai definitivamente chiarito la natura altamente elaborata e complessa di ogni (anche apparentemente semplice) astrazione matematica. Per spiegarci con un esempio, voglio citare l'opinione, oggi riconoscibile come errata, che ancora quarant'anni fa si poteva leggere in un articolo d'un distinto pedagogista svizzero, il ROORDA: «Des philosophes ont prétendu que des cercles imparfaits, les seuls que nous puissions observer autour de nous, ne pouvaient pas donner à l'homme l'idée du cercle parfait. Ils se trompent, car nous n'avons pas des yeux assez bons pour apercevoir les petites irrégularités que présente tel cercle que nous regardons, le disque de la pleine lune, par exemple; et, ainsi, quand nous apercevons ce cercle imparfait, c'est l'idée du cercle parfait qui se présente la première à notre esprit. Je veux dire que c'est l'imperfection de nos sens qui, constamment, nous fait faire abstraction de la plupart des caractères de la réalité. Et il nous faut des années pour corriger et compléter les idées trop simples, trop abstraites de notre enfance» [H. ROORDA, *Du rôle que peut jouer l'enseignement des mathématiques dans l'éducation intellectuelle des écoliers* («L'enseignement mathématique», 19, 1917, pp. 68-87)]. L'errore consiste in questo: che la contemplazione del disco della luna non genera immediatamente e direttamente, nella mente dell'uomo, il concetto di cerchio, bensì quello d'una linea genericamente tonda, cioè solo topologicamente (non metricamente) definibile.

(30) Fra questi emergono naturalmente gli stessi *bourbakisti*: J. DIEUDONNÉ, *L'abstraction en mathématiques et l'évolution de l'algèbre*; G. CHOQUET, *Sur l'enseignement de la géométrie élémentaire*; A. LICHTNEROWICZ, *Introduction de l'esprit de l'algèbre moderne dans l'algèbre et la géométrie élémentaire*, nel volume cit. alla nota 15. A proposito di questo volume si consulti E. CASTELNUOVO, *L'insegnamento della matematica: problemi di ieri e oggi* («Il Centro», Firenze, 1955-56, 4_{2,3}, pp. 115-119).

posto psicologico sia per le ricerche che da HELMHOLTZ e LIE, attraverso CLIFFORD e MACH fino all'ENRIQUES, investono l'intero problema gnoseologico della matematica in tutti i suoi molteplici aspetti⁽³¹⁾, sia per i metodi pedagogici che, dal FRÖBEL alla MONTESSORI, si propongono il problema dell'educazione e dell'istruzione fin dalle prime manifestazioni, del tutto istintive, della vita spirituale dell'infante. Non è difficile prevedere che simili metodi dovranno presto subire una revisione totale, al vaglio dei risultati, già così avanzati, dalla psicologia sperimentale⁽³²⁾, pur restando limitati al campo loro proprio che, ripetiamo, è quello della prima infanzia⁽³³⁾. Quest'ultima conclusione, mi sembra, non è contraria del resto alle vedute dello stesso PIAGET, là dove questi paragona le teorie matematiche, nella loro formazione storica fino ad oggi, ad un edificio del quale gli elementi costruttivi sono i concetti di numero, di punto, di retta ecc.⁽³⁴⁾.

Un'iniziativa diretta a ideare e a sperimentare nuovi metodi per un primo insegnamento dell'aritmetica e della geometria nelle nostre scuole elementari in relazione con quanto sopra esposto, sarebbe dunque opportuna. Essa preparerebbe concretamente il terreno per una riforma dell'insegnamento, almeno nelle prime classi, riforma che non sarebbe poi difficile d'attuare attraverso gli organi competenti, ben s'intende principalmente attraverso gli Istituti Magistrali⁽³⁵⁾. Quanto all'insegnamento medio, invece, le idee degli eminenti matematici francesi cui sopra ho accennato (v. nota 30) dovrebbero essere, a mio parere, rielaborate anzitutto in sede teorica, in modo da atte-

(31) Dei tre presupposti: antropologico, psicologico e fisiologico che G. GIORGI in una memorabile conferenza « *Sui fondamenti della geometria* » [Cfr. *Enciclopedia delle matematiche elementari*, 3, p. 993 (Milano, 1950)], indicava per il detto problema (ma dai quali riteneva di poter prescindere ai fini dell'argomento da lui specificamente trattato), il primo è senza dubbio quello che, almeno per quanto riguarda la geometria, presenta il maggior numero di questioni fondamentali oggi ancora insolute.

(32) Le prime ricerche sistematiche di psicologia sperimentale, in relazione coi problemi dell'insegnamento (particolarmente scolastico), non risalgono a più di sessant'anni fa [Cfr. A. BINET, *La pédagogie scientifique (L'enseignement mathématique*, I, 1899, pp. 29-38)]. Recentemente esse si sono grandemente affermate negli Stati Uniti, ove si sta cercando di elaborare e d'interpretare un ingente materiale di studio, tratto statisticamente da osservazioni e da esperienze.

(33) Si è tentati a generalizzare a questi metodi, se applicati oltre una certa età, il giudizio che B. CROCE esprimeva in particolare su quello della MONTESSORI: metodi più adatti ai bambini deficienti che a quelli normali! E dall'altra parte chiediamo: quali superiori attitudini matematiche dovrebbero richiedersi a dei bambini, per indurli ad acquisire una conoscenza teorica delle prime nozioni matematiche, sui fondamenti... della geometria e dell'algebra moderne?!

(34) Cfr. loc. cit. alla nota 15. Dal punto di vista gnoseologico, tali vedute coincidono con quelle del GIORGI (loc. cit. alla nota 31); ma dal punto di vista pedagogico chiediamo: una volta che l'allievo abbia sicuramente acquisito quei concetti che il PIAGET paragona alle pietre di cui il muratore si serve per costruire una casa, perchè l'allievo non dovrebbe servirsene?

(35) Per accennare alla grande utilità che indubbiamente avrebbe una profonda riforma di questi Istituti, mi permetto di riportare qui la conclusione della Relazione sugli esami di Abilitazione Magistrale da me presieduti nel giugno-ottobre 1955 in Ancona, relazione che ho presentata al Ministro in nome dell'intera Commissione d'esami: « Noi riteniamo urgenti dei provvedimenti diretti a differenziare nettamente gl'Istituti Magistrali dagli altri tipi di scuole, ai fini del conferimento d'una vera e propria abilitazione all'insegnamento elementare, oltre a quello d'una cultura moderna e completa... Ci sia permesso di suggerire che ogni sforzo venga fatto... affinchè la Pedagogia, unita alla psicologia dell'età evolutiva, informi dei suoi metodi e delle sue conoscenze veramente moderni, tutto il complesso delle materie, coordinandole sia direttamente, sia attraverso il tirocinio ».

nuarne grandemente il possibile campo d'applicazione. Tali studi sulle matematiche elementari da un punto di vista superiore, giovano sempre a « mostrare l'apporto significativo che le matematiche superiori recano in più sensi all'intelligenza dei concetti e alla risoluzione dei problemi elementari »⁽³⁶⁾, ma la loro attuazione integrale in campo didattico è subordinata ad esigenze pedagogiche di cui sarebbe vano sottovalutare l'importanza⁽³⁷⁾. Allora, anche senza arrivare all'opposizione netta e decisa d'un insigne Maestro francese, l'HADAMARD⁽³⁸⁾, mi sembra che le nuove idee potrebbero essere introdotte negli studi medi solo in modo accessorio, quasi direi solo per lasciare intravedere alle giovani menti degli allievi, nuovi e più ampi orizzonti, ma non per scalzare i fondamenti stessi dell'insegnamento⁽³⁹⁾. Del resto si può osservare che le nuove idee hanno avuto in Italia, già molto tempo fa, un precursore d'indubbia competenza, il CAPELLI, alle cui ricerche scientifiche e alle cui proposte didattiche non sarebbe fuori luogo di ritornare⁽⁴⁰⁾.

TULLIO VIOLA.

⁽³⁶⁾ Loc cit. alla nota 13, p. 190.

⁽³⁷⁾ La storia della didattica è ricca di esempi, anche recenti, di tentativi del genere presto abbandonati: valga per tutti l'esempio dei primi elementi di geometria proiettiva (AMIOT, NOVI, ROUCHÉ e COMBÉROUSSE, ecc.).

⁽³⁸⁾ Cfr. *Cahiers pédagogiques pour l'enseignement du second degré*, n. 3, novembre 1955, p. 159.

⁽³⁹⁾ Sono lieto di trovarmi sostanzialmente d'accordo, in questo giudizio, con la signorina E. CASTELNUOVO, la valente insegnante che tanta esperienza e tanto entusiasmo porta nello studio dei più attuali problemi della didattica e della pedagogia matematiche. Cfr. loc. cit. alla nota 30.

⁽⁴⁰⁾ Cfr. A. CAPELLI, *Sull'ordine di precedenza fra le operazioni fondamentali dell'aritmetica* (« Giornale di Matematiche di Battaglini », 39, 1901, pp. 9-23); *Sulla genesi combinatoria dell'aritmetica* (Ibid., pp. 81-102); *Il concetto di valore e l'introduzione nell'aritmetica dei numeri negativi e frazionari* (Ibid., pp. 240-256); *Sull'opportunità di dare, nell'insegnamento secondario, uno sviluppo maggiore alla matematica combinatoria* (« Bollettino di Matematica », 4, 1906, pp. 121-126); *Elementi di aritmetica razionale e algebra ad uso dell'istruzione secondaria* (Napoli, 1904).

PAROLE DI HENRI POINCARÉ AGLI STUDENTI DEL LYCÉE HENRI IV.

« I risultati voi li obliate subito che lo stimolo dell'esame non sarà là a costringervi a ritenerli; ma quelli fra voi che avranno coltivate seriamente le scienze resteranno impregnati dello spirito del metodo scientifico e ciò costituisce un vantaggio inapprezzabile e un vanto che non si perde più ».